Adaptív útvonalválasztás

Ottucsák György

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2008. december 2.

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

- telefon hálózat

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

- telefon hálózat
- *elektronikus adat hálózat* (pl: Internet)

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

- telefon hálózat
- *elektronikus adat hálózat* (pl: Internet)
- úthálózat

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

- telefon hálózat
- *elektronikus adat hálózat* (pl: Internet)
- úthálózat

csomagkapcsolt hálózatok (pl:TCP/IP)

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

- telefon hálózat
- *elektronikus adat hálózat* (pl: Internet)
- úthálózat

csomagkapcsolt hálózatok (pl:TCP/IP)

- adatcsomagok

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

- telefon hálózat
- *elektronikus adat hálózat* (pl: Internet)
- úthálózat

csomagkapcsolt hálózatok (pl:TCP/IP)

- adatcsomagok
- csomópontok (routerek) routing táblával

Útvonalválasztás

Cél egy hálózatban két csomópont között a legrövidebb útvonal kiválasztása. A hálózat lehet:

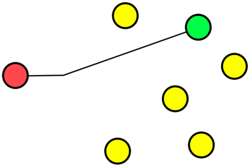
- telefon hálózat
- *elektronikus adat hálózat* (pl: Internet)
- úthálózat

csomagkapcsolt hálózatok (pl:TCP/IP)

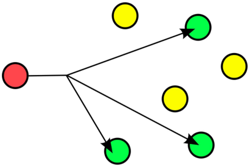
- adatcsomagok
- csomópontok (routerek) routing táblával
- linkek

Csomagkapcsolt hálózatok

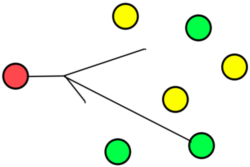
Küldés típusa szerint:



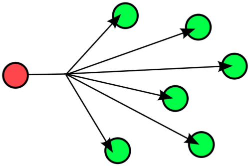
unicast



multicast



anycast



broadcast

Csomagkapcsolt hálózatok(2)

Általános útvonalválasztó algoritmus felépítése:

1. linkek késleltetésének (késleltetés mátrix) megbecslése a rendelkezésre álló információk alapján

Csomagkapcsolt hálózatok(2)

Általános útvonalválasztó algoritmus felépítése:

1. linkek késleltetésének (késleltetés mátrix) megbecslése a rendelkezésre álló információk alapján
2. optimális útvonalak kiszámítása minden lehetsége útvonalra (pl:Dijkstra)

Csomagkapcsolt hálózatok(2)

Általános útvonalválasztó algoritmus felépítése:

1. linkek késleltetésének (késleltetés mátrix) megbecslése a rendelkezésre álló információk alapján
2. optimális útvonalak kiszámítása minden lehetsége útvonalra (pl:Dijkstra)
3. routing táblák frissítése

Célfüggvény és rendelkezésre álló információ

Lehetséges célok:

- átlagos csomagkésleltetés minimalizálása
- átlagos csomagvesztési arány csökkentése
- más Quality of Service (QoS) mérték minimalizálás

Célfüggvény és rendelkezésre álló információ

Lehetséges célok:

- átlagos csomagkésleltetés minimalizálása
- átlagos csomagvesztési arány csökkentése
- más Quality of Service (QoS) mérték minimalizálás

Rendelkezésre álló információ

- teljes információ: centralizált útvonalválasztás;

Célfüggvény és rendelkezésre álló információ

Lehetséges célok:

- átlagos csomagkésleltetés minimalizálása
- átlagos csomagvesztési arány csökkentése
- más Quality of Service (QoS) mérték minimalizálás

Rendelkezésre álló információ

- teljes információ: centralizált útvonalválasztás;
- *bandita probléma*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról (pl. ACK-ot használva, élenként);

Célfüggvény és rendelkezésre álló információ

Lehetséges célok:

- átlagos csomagkésleltetés minimalizálása
- átlagos csomagvesztési arány csökkentése
- más Quality of Service (QoS) mérték minimalizálás

Rendelkezésre álló információ

- teljes információ: centralizált útvonalválasztás;
- *bandita probléma*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról (pl. ACK-ot használva, élenként);
- *a label efficient és a bandita probléma kombinációja*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi* azt.

Alkalmazás

Extrém környezet (nincs sztochasztikus forgalmi modell, csak részleges információ) esetén a szokásos útvonalválasztási algoritmusok worst-case teljesítményére kevés felső korlát ismert:

- Denial of Service (DoS) támadások (csomópont túlterhelés, kieső csomópont, ellenséges környezet)

Alkalmazás

Extrém környezet (nincs sztochasztikus forgalmi modell, csak részleges információ) esetén a szokásos útvonalválasztási algoritmusok worst-case teljesítményére kevés felső korlát ismert:

- Denial of Service (DoS) támadások (csomópont túlterhelés, kieső csomópont, ellenséges környezet)
- mobil ad-hoc hálózatok: gyorsan változó hálózati topológia

Alkalmazás

Extrém környezet (nincs sztochasztikus forgalmi modell, csak részleges információ) esetén a szokásos útvonalválasztási algoritmusok worst-case teljesítményére kevés felső korlát ismert:

- Denial of Service (DoS) támadások (csomópont túlterhelés, kieső csomópont, ellenséges környezet)
- mobil ad-hoc hálózatok: gyorsan változó hálózati topológia

Milyen erős állításokat lehet megfogalmazni ilyen kevés feltétel mellett?

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.

Sorozat:

- sztochasztikus folyamat relizációja

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.

Sorozat:

- sztochasztikus folyamat relizációja
- individuális sorozatok

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.

Sorozat:

- sztochasztikus folyamat relizációja
- individuális sorozatok

Algoritmus célja: minimalizálni a kumulatív hibáját.

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.

Sorozat:

- sztochasztikus folyamat relizációja
- individuális sorozatok

Algoritmus célja: minimalizálni a kumulatív hibáját.

Kiértékelés:

- előrejelzők egy referencia osztályhoz (szakértőkhöz) viszonyítva.

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.

Sorozat:

- sztochasztikus folyamat relizációja
- individuális sorozatok

Algoritmus célja: minimalizálni a kumulatív hibáját.

Kiértékelés:

- előrejelzők egy referencia osztályhoz (szakértőkhöz) viszonyítva.
- legjobb szakértő és algoritmus kumulatív hibájának a különbsége $\longrightarrow$ regret

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

Előrejelzési feladat: ismeretlen sorozat következő elemének a megbecslése.
Sorozat:

- sztochasztikus folyamat relizációja
- individuális sorozatok

Algoritmus célja: minimalizálni a kumulatív hibáját.
Kiértékelés:

- előrejelzők egy referencia osztályhoz (szakértőkhöz) viszonyítva.
- legjobb szakértő és algoritmus kumulatív hibájának a különbsége $\longrightarrow$ regret

Szakértők konkrét megválasztása függ az alkalmazástól.

Néhány alkalmazás

- *Adaptív útvonalválasztás*:
    - minden egyes út egy szakértő
    - hiba: QoS mérték (pl: csomagkésleltetés, csomagvesztési arány)

Néhány alkalmazás

- *Adaptív útvonalválasztás*:
  - minden egyes út egy szakértő
  - hiba: QoS mérték (pl: csomagkésleltetés, csomagvesztési arány)
- TCP variánsok paraméterbeállítása:
  - a szakértők különböző paraméterbeállítású TCP variánsok
  - hiba(nyereség): átvitel (throughput), fairség

Néhány alkalmazás

- *Adaptív útvonalválasztás*:
  - minden egyes út egy szakértő
  - hiba: QoS mérték (pl: csomagkésleltetés, csomagvesztési arány)
- TCP variánsok paraméterbeállítása:
  - a szakértők különböző paraméterbeállítású TCP variánsok
  - hiba(nyereség): átvitel (throughput), fairség
- Sávszélesség megbecslése nagy sebességű hálózatokban:
  - minden egyes becslési technika egy szakértő
  - hiba(nyereség): átvitel (throughput)

Néhány alkalmazás

- *Adaptív útvonalválasztás*:
  - minden egyes út egy szakértő
  - hiba: QoS mérték (pl: csomagkésleltetés, csomagvesztési arány)
- TCP variánsok paraméterbeállítása:
  - a szakértők különböző paraméterbeállítású TCP variánsok
  - hiba(nyereség): átvitel (throughput), fairség
- Sávszélesség megbecslése nagy sebességű hálózatokban:
  - minden egyes becslési technika egy szakértő
  - hiba(nyereség): átvitel (throughput)
- Portfólióválasztás:
  - különböző befektetési stratégiák, pénzügyi szakértők
  - hiba(nyereség): az elért hozam

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

- Minden $t = 1, 2, \ldots$, az $y_1, y_2, \ldots$ sorozat következő y_t értékét akarjuk előrejelezni (megbecsülni).

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

- Minden $t = 1, 2, \ldots,$ az $y_1, y_2, \ldots$ sorozat következő y_t értékét akarjuk előrejelezni (megbecsülni).
- N darab szakértő áll rendelkezésünkre. Az algoritmus randomizáltan választ egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt;

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

- Minden $t = 1, 2, \ldots,$ az $y_1, y_2, \ldots$ sorozat következő y_t értékét akarjuk előrejelezni (megbecsülni).
- N darab szakértő áll rendelkezésünkre. Az algoritmus randomizáltan választ egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt;
- legenerálódik a sorozat következő $y_t \in \mathcal{Y}$ eleme;

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma

- Minden $t = 1, 2, \ldots,$ az $y_1, y_2, \ldots$ sorozat következő y_t értékét akarjuk előrejelezni (megbecsülni).
- N darab szakértő áll rendelkezésünkre. Az algoritmus randomizáltan választ egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt;
- legenerálódik a sorozat következő $y_t \in \mathcal{Y}$ eleme;
- az algoritmus elszenvedi $\ell(I_t, y_t) \geqslant 0$ hibáját és kaphat valamennyi információt a többi szakértő $\ell(i, y_t) \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, N$ hibájáról.

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma 2

- A legjobb szakértő norm. kumulatív hibája (nem kauzális):

$$\min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(i, y_t) = \min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell_{i,t}$$

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma 2

- A legjobb szakértő norm. kumulatív hibája (nem kauzális):

$$\min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(i, y_t) = \min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell_{i,t}$$

- Az algoritmus normalizált kumulatív hibája :

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(I_t, y_t) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell_{I_t,t}$$

Szekvenciális előrejelzési (döntési) probléma 2

- A legjobb szakértő norm. kumulatív hibája (nem kauzális):

$$\min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(i, y_t) = \min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell_{i,t}$$

- Az algoritmus normalizált kumulatív hibája :

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(I_t, y_t) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell_{I_t,t}$$

Cél: minimalizálni az algoritmus normalizált kumulatív hibáját a legjobb szakértőhöz viszonyítva

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(I_t, y_t) - \min_{i \leqslant N} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \ell(i, y_t) = \frac{1}{n} \widehat{L}_n - \frac{1}{n} \min_{i \leqslant N} L_{i,n} \; .$$

az algoritmus kumulatív hibájának az átlaga

a legjobb szakértő kum. hibájának az átlaga

Exponenciális súlyozású előrejelző

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$.

Inicializáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ mindens $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Véletlenszerűen választunk $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ eloszlás szerint.

Exponenciális súlyozású előrejelző

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$.
Inicializáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ mindens $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Véletlenszerűen választunk $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ eloszlás szerint.
2. Frissítjük a súlyokat $w_{i,t} = w_{i,t-1} e^{-\eta \ell_{i,t}}$.

Exponenciális súlyozású előrejelző

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$.

Inicializáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ mindens $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Véletlenszerűen választunk $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ eloszlás szerint.
2. Frissítjük a súlyokat $w_{i,t} = w_{i,t-1} e^{-\eta \ell_{i,t}}$.
3. Kiszámoljuk az új valószínűségi eloszlást

$$p_{i,t+1} = \frac{w_{i,t}}{\sum_{j=1}^{N} w_{j,t}}, \qquad \text{for } i = 1, \ldots, N.$$

Felső korlát: teljes információ esetén

Tétel (Littlestone és Warmuth 94)

Legyen $n, N \geqslant 1$, $0 < \delta < 1$ *és* $\ell_{i,t} \in [0,1]$. *Ekkor az előző algoritmusra* $1-\delta$ *valószínűséggel igaz, hogy*

$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{i=1,\ldots,N} L_{i,n}\right) \leqslant O\left(\sqrt{\frac{\ln N}{n}\ln\frac{1}{\delta}}\right) ,$$

ahol η*-t* $\sqrt{8 \ln N/n}$*-nek választottuk.*

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$, $0 < \beta < 1$ és $0 < \gamma < 1$.
Inicalizáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ minden $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Választunk egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ szerint.

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$, $0 < \beta < 1$ és $0 < \gamma < 1$.
Inicalizáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ minden $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Választunk egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ szerint.
2. Kiszámljuk a becsült *nyereséget*

$$\tilde{g}_{i,t} = \begin{cases} \frac{g_{i,t}+\beta}{p_{i,t}}, & \text{if } I_t = i; \\ \frac{\beta}{p_{i,t}}, & \text{különben.} \end{cases}$$

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$, $0 < \beta < 1$ és $0 < \gamma < 1$.

Inicalizáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ minden $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Választunk egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ szerint.
2. Kiszámljuk a becsült *nyereséget*

$$\tilde{g}_{i,t} = \begin{cases} \frac{g_{i,t}+\beta}{p_{i,t}}, & \text{if } I_t = i; \\ \frac{\beta}{p_{i,t}}, & \text{különben.} \end{cases}$$

3. Frissítjük a súlyokat $w_{i,t} = w_{i,t-1} e^{\eta \tilde{g}_{i,t}}$.

Paraméterek: Legyen $\eta > 0$, $0 < \beta < 1$ és $0 < \gamma < 1$.
Inicalizáció: Legyen $w_{i,0} = 1$ és $p_{i,1} = 1/N$ minden $i = 1, \ldots, N$.

Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben

1. Választunk egy $I_t \in \{1, \ldots, N\}$ szakértőt $\mathbf{p}_t = (p_{1,t}, \ldots, p_{N,t})$ szerint.
2. Kiszámljuk a becsült *nyereséget*

$$\tilde{g}_{i,t} = \begin{cases} \frac{g_{i,t}+\beta}{p_{i,t}}, & \text{if } I_t = i; \\ \frac{\beta}{p_{i,t}}, & \text{különben.} \end{cases}$$

3. Frissítjük a súlyokat $w_{i,t} = w_{i,t-1} e^{\eta \tilde{g}_{i,t}}$.
4. Frissítjük a valószínűségeket

$$p_{i,t+1} = (1-\gamma) \frac{w_{i,t}}{\sum_{j=1}^{N} w_{j,t}} + \frac{\gamma}{N}, \quad i = 1, \ldots, N.$$

Felső korlát:bandita beállítás esetén

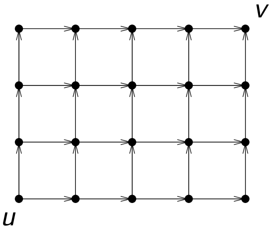
Tétel (Auer95)

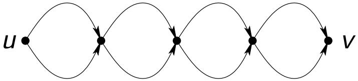
Legyen $n, N \geqslant 1$, $0 < \delta < 1$ és $\ell_{i,t} \in [0,1]$. Ekkor az előző algoritmusra $1-\delta$ valószínűséggel igaz, hogy

$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{i=1,\ldots,N} L_{i,n}\right) \leqslant O\left(\sqrt{\frac{N \ln N}{n} \ln \frac{1}{\delta}}\right) ,$$

az algoritmus optimális paramétereinek a megválasztásával.

Legrövidebb út probléma

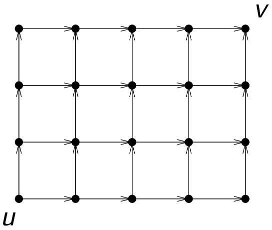


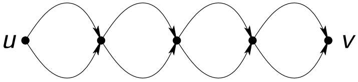


Adott egy irányított gráf (V, E) és a gráf két pontja u és v.

- minden t időpontban minden $e \in E$ élhez tartozik egy $\ell_{e,t}$ hiba

Legrövidebb út probléma



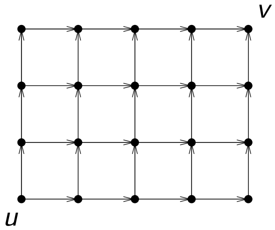


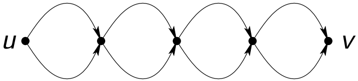
Adott egy irányított gráf (V, E) és a gráf két pontja u és v.

- minden t időpontban minden $e \in E$ élhez tartozik egy $\ell_{e,t}$ hiba
- az u és v közötti $\mathbf{i}$ út hibája:

$$\ell_{\mathbf{i},t} = \sum_{e \in \mathbf{i}} \ell_{e,t};$$

Legrövidebb út probléma





Cél: minden t időpillanatban az algoritmus választ egy $\mathbf{I}_t$ utat, úgy hogy a kumulatív hibája a legjobb fix útvonalhoz képest kicsi:

$$\frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{n} \ell_{\mathbf{I}_t,t} - \min_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} \sum_{t=1}^{n} \ell_{\mathbf{i},t}\right),$$

ahol $\mathcal{P}$ halmaz az összes u és v pontok közötti utat tartalmazza és $|\mathcal{P}| = N$.

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).
- *Cél*: találjunk egy olyan $\{\mathbf{I}_t\}$ útvonalat, hogy pl. az átlagos késleltetése, azaz $\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \ell_{\mathbf{I}_t,t}$ kicsi legyen.

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).
- *Cél*: találjunk egy olyan $\{\mathbf{I}_t\}$ útvonalat, hogy pl. az átlagos késleltetése, azaz $\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\ell_{\mathbf{I}_t,t}$ kicsi legyen.
- Rendelkezésre álló információ alapján:

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).
- *Cél*: találjunk egy olyan $\{\mathbf{I}_t\}$ útvonalat, hogy pl. az átlagos késleltetése, azaz $\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \ell_{\mathbf{I}_t,t}$ kicsi legyen.
- Rendelkezésre álló információ alapján:
    - teljes információ: centralizált útvonalválasztás;

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).
- *Cél*: találjunk egy olyan $\{\mathbf{I}_t\}$ útvonalat, hogy pl. az átlagos késleltetése, azaz $\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\ell_{\mathbf{I}_t,t}$ kicsi legyen.
- Rendelkezésre álló információ alapján:
  - teljes információ: centralizált útvonalválasztás;
  - *bandita probléma*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról (pl. ACK-ot használva, élenként);

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).
- *Cél*: találjunk egy olyan $\{\mathbf{I}_t\}$ útvonalat, hogy pl. az átlagos késleltetése, azaz $\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\ell_{\mathbf{I}_t,t}$ kicsi legyen.
- Rendelkezésre álló információ alapján:
  - teljes információ: centralizált útvonalválasztás;
  - *bandita probléma*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról (pl. ACK-ot használva, élenként);
  - *a label efficient és a bandita probléma kombinációja*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi* azt.

Alkalmazás: adaptív útvonalválasztás

- A t időpillanatban egy csomagot küldünk az $\mathbf{I}_t$ útvonalon u csomópontból v csomópontba.
- $\ell_{e,t}$ hiba összefügg az e link valamilyen QoS mértékével (pl. késleltetlés vagy csomagvesztési arány).
- *Cél*: találjunk egy olyan $\{\mathbf{I}_t\}$ útvonalat, hogy pl. az átlagos késleltetése, azaz $\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\ell_{\mathbf{I}_t,t}$ kicsi legyen.
- Rendelkezésre álló információ alapján:
  - teljes információ: centralizált útvonalválasztás;
  - *bandita probléma*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról (pl. ACK-ot használva, élenként);
  - *a label efficient és a bandita probléma kombinációja*: QoS információ *csak* a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi* azt.
- Alkalmazás: mobil ad-hoc hálózatok; DoS támadások.

Az algoritmus alapötletei

Problémák:

- A klasszikus felső korlátok ebben az esetben „gyengék”

Az algoritmus alapötletei

Problémák:

- A klasszikus felső korlátok ebben az esetben „gyengék”
- komplexitás

Az algoritmus alapötletei

Problémák:

- A klasszikus felső korlátok ebben az esetben „gyengék”
- komplexitás
- bandita probléma: felfedezés

Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

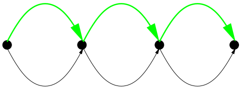
- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.

Az algoritmus alapötletei

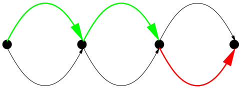
Alapötletek:

- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.

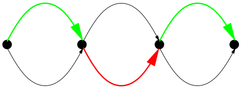
választott út



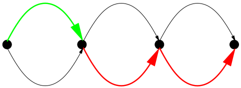
2 közös él



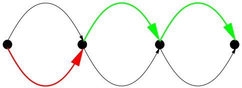
2 közös él



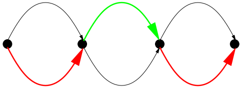
1 közös él



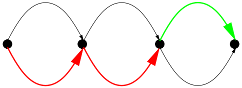
2 közös él



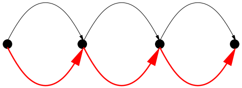
1 közös él



1 közös él



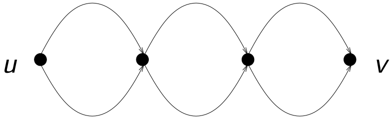
0 közös él



Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

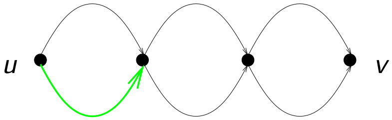
- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.
- Utak választási valószínűségei helyett az élekét tarjuk nyilván.



Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

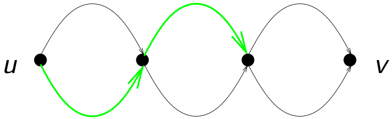
- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.
- Utak választási valószínűségei helyett az élekét tarjuk nyilván.



Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

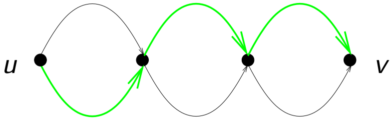
- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.
- Utak választási valószínűségei helyett az élekét tarjuk nyilván.



Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.
- Utak választási valószínűségei helyett az élekét tarjuk nyilván.



Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.
- Utak választási valószínűségei helyett az élekét tarjuk nyilván.

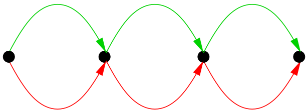
- A megfelelő számú mintavételezéshez az utak egy $\mathcal{C}$ lefedő halmazát használjuk.

Az algoritmus alapötletei

Alapötletek:

- Választott út hibája, a többi közös útról is ad információt.
- Utak választási valószínűségei helyett az élekét tarjuk nyilván.

- A megfelelő számú mintavételezéshez az utak egy $\mathcal{C}$ lefedő halmazát használjuk.



Bandita algoritmus legrövidebb út problémára

Paraméterek: Legyen $\beta > 0$ és $0 < \eta, \gamma < 1$.

Inicializáció: Legyen $w_{e,0} = 1$ minden $e \in E$ élre, $\mathbf{w}_{\mathbf{i},0} = 1$ minden $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ útra és $\overline{W}_0 = N$. Végül jelöljön $\mathcal{C}$ egy lefedő halmazt, ekkor minden $t = 1, 2, \ldots$ körben:

(1) az algoritmus választ egy $\mathbf{I}_t$ utat véletlenszerűen $\mathbf{p}_t$ $\mathcal{P}$-n definiált eloszlás szerint, ahol

$$p_{\mathbf{i},t} = \begin{cases} (1-\gamma)\frac{\mathbf{w}_{\mathbf{i},t-1}}{\overline{W}_{t-1}} + \frac{\gamma}{|\mathcal{C}|}, & \text{ha } \mathbf{i} \in \mathcal{C}, \\ (1-\gamma)\frac{\mathbf{w}_{\mathbf{i},t-1}}{\overline{W}_{t-1}}, & \text{ha } \mathbf{i} \notin \mathcal{C}. \end{cases}$$

(2) Kiszámolja minden e él választásának valószínűségét:

$$q_{e,t} = \sum_{\mathbf{i}:e\in\mathbf{i}} p_{\mathbf{i},t} = (1-\gamma)\frac{\sum_{\mathbf{i}:e\in\mathbf{i}} \mathbf{w}_{\mathbf{i},t-1}}{\overline{W}_{t-1}} + \gamma\frac{|\{\mathbf{i} \in \mathcal{C} : e \in \mathbf{i}\}|}{|\mathcal{C}|}.$$

(3) Kiszámítja a becsült nyereséget:

$$g'_{e,t} = \begin{cases} \frac{g_{e,t}+\beta}{q_{e,t}} & \text{ha } e \in \mathbf{I}_t \\ \frac{\beta}{q_{e,t}} & \text{különben.} \end{cases}$$

(4) Frissíti a súlyokat:

$$\begin{aligned} w_{e,t} &= w_{e,t-1} e^{\eta g'_{e,t}} \\ \mathbf{w}_{\mathbf{i},t} &= \prod_{e \in \mathbf{i}} w_{e,t} = \mathbf{w}_{\mathbf{i},t-1} e^{\eta g'_{\mathbf{i},t}}, \end{aligned}$$

ahol $g'_{\mathbf{i},t} = \sum_{e \in \mathbf{i}} g'_{e,t}$ és az utak teljes súlyainak az összege

$$\overline{W}_t = \sum_{\mathbf{i} \in \mathcal{P}} \mathbf{w}_{\mathbf{i},t}.$$

Felső korlát

Tétel (GyLO2006)

Az algoritmust optimalizált paraméterekkel futtatjuk a legrövidebb út problémán a többkarú bandita modellben, akkor minden $\delta \in (0,1)$ paraméterre legalább $1-\delta$ valószínűséggel

$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} L_{\mathbf{i},n}\right) \leqslant 2\sqrt{\frac{K}{n}}\left(\sqrt{4K|\mathcal{C}|\ln N} + \sqrt{|E|\ln\frac{|E|}{\delta}}\right)$$

minden $n \geqslant \max\left\{\frac{K}{|E|}\ln\frac{|E|}{\delta}, 4|\mathcal{C}|\ln N\right\}$ *esetén, ahol* K *leghosszabb út.*
Hatékonyan implementálható $O(n|E|)$ *idő- és* $O(|E|)$ *tárkomplexitással.*

Felső korlát

Tétel (GyLO2006)

Az algoritmust optimalizált paraméterekkel futtatjuk a legrövidebb út problémán a többkarú bandita modellben, akkor minden $\delta \in (0,1)$ paraméterre legalább $1-\delta$ valószínűséggel

$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} L_{\mathbf{i},n}\right) \leqslant 2\sqrt{\frac{K}{n}}\left(\sqrt{4K|\mathcal{C}|\ln N} + \sqrt{|E|\ln\frac{|E|}{\delta}}\right)$$

minden $n \geqslant \max\left\{\frac{K}{|E|}\ln\frac{|E|}{\delta}, 4|\mathcal{C}|\ln N\right\}$ *esetén, ahol* K *leghosszabb út.*
Hatékonyan implementálható $O(n|E|)$ *idő- és* $O(|E|)$ *tárkomplexitással.*

Korábbi korlátok (csak a teljes út hibájához van hozzáférésük):

- Bandita probléma (Auer *et al.*, '95): $O\left(K\sqrt{\frac{N\ln(2N/\delta)}{n}}\right)$

Felső korlát

Tétel (GyLO2006)

Az algoritmust optimalizált paraméterekkel futtatjuk a legrövidebb út problémán a többkarú bandita modellben, akkor minden $\delta \in (0,1)$ paraméterre legalább $1-\delta$ valószínűséggel

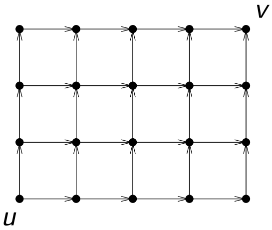
$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} L_{\mathbf{i},n}\right) \leqslant 2\sqrt{\frac{K}{n}}\left(\sqrt{4K|\mathcal{C}|\ln N} + \sqrt{|E|\ln\frac{|E|}{\delta}}\right)$$

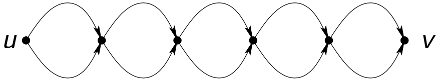
minden $n \geqslant \max\left\{\frac{K}{|E|}\ln\frac{|E|}{\delta}, 4|\mathcal{C}|\ln N\right\}$ *esetén, ahol* K *leghosszabb út.*
Hatékonyan implementálható $O(n|E|)$ *idő- és* $O(|E|)$ *tárkomplexitással.*

Korábbi korlátok (csak a teljes út hibájához van hozzáférésük):

- Bandita probléma (Auer *et al.*, '95): $O\left(K\sqrt{\frac{N\ln(2N/\delta)}{n}}\right)$
- Bandita probléma gráfon (Awerbuch és Kleinberg, '04): $O\left(K^2\frac{(|E|K\log(|E|Kn))^{1/3}}{n^{1/3}}\right)$

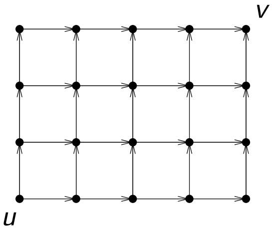
Szimuláció

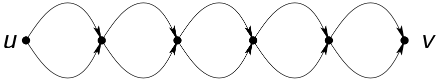




- Felső élek késleltetése $U(0, 1)$, alsó éleké $U(0.32, 1)$

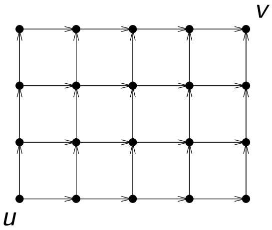
Szimuláció

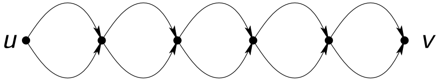




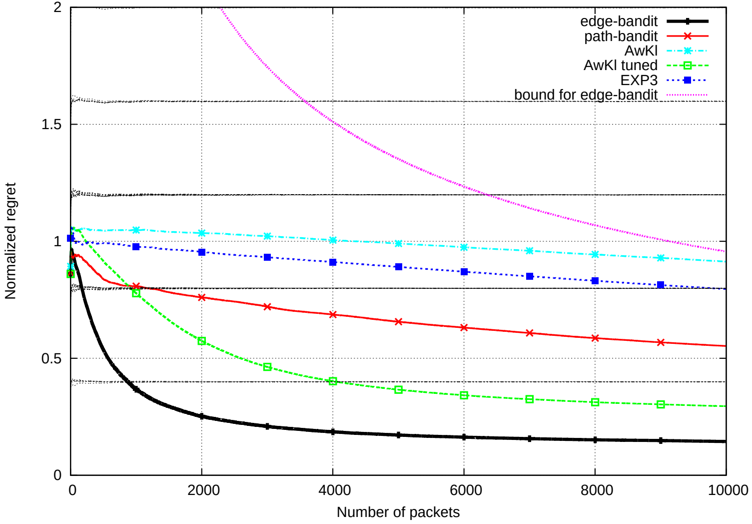
- Felső élek késleltetése $U(0,1)$, alsó éleké $U(0.32,1)$
- $n = 10000$, $\delta = 0.001$

Szimuláció





- Felső élek késleltetése $U(0,1)$, alsó éleké $U(0.32,1)$
- $n = 10000$, $\delta = 0.001$
- 30x ismétlés


edge-bandit
path-bandit
AwKI
AwKI tuned
EXP3
bound for edge-bandit
Normalized regret
Number of packets
0
0.5
1
1.5
2
0
2000
4000
6000
8000
10000

A label efficient és a bandita algoritmus kombinációja

- QoS információ csak a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi*

A label efficient és a bandita algoritmus kombinációja

- QoS információ csak a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi*
- Motiváció: Kognitív Csomag Hálózat (CPN) (Gelenbe *et al.* 2001, 2006; Linux kernel 2.2.x; amerikai szabadalom *U.S. No. 6804201*)

A label efficient és a bandita algoritmus kombinációja

- QoS információ csak a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi*
- Motiváció: Kognitív Csomag Hálózat (CPN) (Gelenbe *et al.* 2001, 2006; Linux kernel 2.2.x; amerikai szabadalom *U.S. No. 6804201*)
- Két fajta csomag: okos és adat csomag

A label efficient és a bandita algoritmus kombinációja

- QoS információ csak a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi*
- Motiváció: Kognitív Csomag Hálózat (CPN) (Gelenbe *et al.* 2001, 2006; Linux kernel 2.2.x; amerikai szabadalom *U.S. No. 6804201*)
- Két fajta csomag: okos és adat csomag
  - *okos csomag*: hálózat állapotának feltérképezése, nem szállítanak adatot

A label efficient és a bandita algoritmus kombinációja

- QoS információ csak a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi*
- Motiváció: Kognitív Csomag Hálózat (CPN) (Gelenbe *et al.* 2001, 2006; Linux kernel 2.2.x; amerikai szabadalom *U.S. No. 6804201*)
- Két fajta csomag: okos és adat csomag
  - *okos csomag*: hálózat állapotának feltérképezése, nem szállítanak adatot
  - *adat csomag*: nem gyűjt információt az útvonaláról, adatot szállít

A label efficient és a bandita algoritmus kombinációja

- QoS információ csak a csomag által használt útról, akkor ha az algoritmus *lekérdezi*
- Motiváció: Kognitív Csomag Hálózat (CPN) (Gelenbe *et al.* 2001, 2006; Linux kernel 2.2.x; amerikai szabadalom *U.S. No. 6804201*)
- Két fajta csomag: okos és adat csomag
  - *okos csomag*: hálózat állapotának feltérképezése, nem szállítanak adatot
  - *adat csomag*: nem gyűjt információt az útvonaláról, adatot szállít
- *Cél*: adat csomagok küldése úgy, hogy a késleltetésük minél kisebb legyen.

Label efficient bandita algoritmus

(3') Választ egy S_t Bernoulli valószínűségi változót, ahol $\mathbb{P}(S_t = 1) = \varepsilon$, és kiszámítja a becsült nyereségeket:

$$g'_{e,t} = \begin{cases} \frac{g_{e,t}+\beta}{\varepsilon q_{e,t}} S_t, & \text{ha } e \in \mathbf{I}_t \ , \\ \frac{\beta}{\varepsilon q_{e,t}} S_t, & \text{ha } e \notin \mathbf{I}_t \ . \end{cases}$$

Tétel (GyLLO2007)

Minden $\delta \in (0,1)$ *és* $\varepsilon \in (0,1]$ *konstansokra* $\eta = \sqrt{\frac{\varepsilon \ln N}{4nK^2|\mathcal{C}|}}$, $\gamma = \frac{2\eta K|\mathcal{C}|}{\varepsilon} \leqslant 1/2$ *and* $\beta = \sqrt{\frac{K}{n|E|\varepsilon} \ln \frac{2|E|}{\delta}} \leqslant 1$ *and az algoritmust optimalizált paraméterekkel futtatva legalább* $1-\delta$ *valószínűséggel igaz*

$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} \sum_{t=1}^{n} \ell_{\mathbf{i},t}\right) \leqslant \frac{27K}{2}\sqrt{\frac{|E|\ln\frac{2N}{\delta}}{n\varepsilon}},$$

minden

$$n \geqslant \frac{1}{\varepsilon}\max\left\{\frac{K^2\ln^2(2|E|/\delta)}{|E|\ln N}, \frac{|E|\ln(2|E|/\delta)}{K}, 4|\mathcal{C}|\ln N\right\}$$

esetén. Továbbá, a javasolt algoritmus hatékonyan implementálható $O(n|E|)$ *idő- és* $O(|E|)$ *tárkomplexitással.*

További variánsok

- *Tracking*: Nem csak a legjobb fix útvonallal versenyzünk, hanem az utak m-szer változhatnak. ($O(E^2(m/n)^{1/2})$ felső korlát)[GyLLO2007]

További variánsok

- *Tracking*: Nem csak a legjobb fix útvonallal versenyzünk, hanem az utak m-szer változhatnak. ($O(E^2(m/n)^{1/2})$ felső korlát)[GyLLO2007]
- *Korlátozott bandita probléma*: A választott útvonalnak csak az összhibája ismert, egyenként az éleké nem. ($O(E^2/n^{1/3})$ felső korlát) [GyLLO2007]

Korlátozott bandita probléma

Bázis: $\mathcal{P}$-nek egy részhalmazát *bázisnak* nevezzük, ha a benne lévő b darab út lineárisan független és minden $\mathcal{P}$-beli elem kifejezhető a bázisban lévő utak lineáris kombinációjával.

Korlátozott bandita probléma

Bázis: $\mathcal{P}$-nek egy részhalmazát *bázisnak* nevezzük, ha a benne lévő b darab út lineárisan független és minden $\mathcal{P}$-beli elem kifejezhető a bázisban lévő utak lineáris kombinációjával.
Ha $\alpha_{\mathbf{b}^1}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}, \ldots, \alpha_{\mathbf{b}^b}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}$ jelöli az $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ út leírásához használt bázisok lineáris kombinációjának együtthatóit, akkor a t időpillanatban

$$\ell_{\mathbf{i},t} = \sum_{j=1}^{b} \alpha_{\mathbf{b}^j}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})} \ell_{\mathbf{b}^j,t} \ .$$

Korlátozott bandita probléma

Bázis: $\mathcal{P}$-nek egy részhalmazát *bázisnak* nevezzük, ha a benne lévő b darab út lineárisan független és minden $\mathcal{P}$-beli elem kifejezhető a bázisban lévő utak lineáris kombinációjával.
Ha $\alpha_{\mathbf{b}^1}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}, \ldots, \alpha_{\mathbf{b}^b}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}$ jelöli az $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ út leírásához használt bázisok lineáris kombinációjának együtthatóit, akkor a t időpillanatban

$$\ell_{\mathbf{i},t} = \sum_{j=1}^{b} \alpha_{\mathbf{b}^j}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})} \ell_{\mathbf{b}^j,t} \ .$$

Baricentrikus feszítő: Egy $\mathbf{B}$ bázist *C-baricentrikus feszítőnek* nevezünk, ha $|\alpha_{\mathbf{b}^j}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}| \leqslant C$ minden $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ útra és $j = 1, \ldots, b$.

Korlátozott bandita probléma

Bázis: $\mathcal{P}$-nek egy részhalmazát *bázisnak* nevezzük, ha a benne lévő b darab út lineárisan független és minden $\mathcal{P}$-beli elem kifejezhető a bázisban lévő utak lineáris kombinációjával.
Ha $\alpha_{\mathbf{b}^1}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}, \ldots, \alpha_{\mathbf{b}^b}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}$ jelöli az $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ út leírásához használt bázisok lineáris kombinációjának együtthatóit, akkor a t időpillanatban

$$\ell_{\mathbf{i},t} = \sum_{j=1}^{b} \alpha_{\mathbf{b}^j}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})} \ell_{\mathbf{b}^j,t} \ .$$

Baricentrikus feszítő: Egy $\mathbf{B}$ bázist *C-baricentrikus feszítőnek* nevezünk, ha $|\alpha_{\mathbf{b}^j}^{(\mathbf{i},\mathbf{B})}| \leqslant C$ minden $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ útra és $j = 1, \ldots, b$.
Állítás: Egy irányított körmentes gráfban két kiválasztott pont közötti összes út $\mathcal{P}$ halmazára létezik 1-baricentrikus feszítő és hatékonyonan adható egy 2-baricentrikus feszítő.

Korlátozott bandita probléma

Paraméterek: $0 < \varepsilon, \eta \leqslant 1$.

Inicializáció: Legyen $w_{e,0} = 1$ minden $e \in E$ élre, $\mathbf{w}_{\mathbf{i},0} = 1$ minden egyes $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ útra és $\mathbf{W_0} = \mathbf{N}$. Rögzítsünk egy $\mathbf{B}$ bázist, amely 2-baricentrikus feszítő. Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben:

(1) az algoritmus választ egy S_t Bernoulli valószínűségi változót, ahol $\mathbb{P}(S_t = 1) = \varepsilon$.

Korlátozott bandita probléma

Paraméterek: $0 < \varepsilon, \eta \leqslant 1$.

Inicializáció: Legyen $w_{e,0} = 1$ minden $e \in E$ élre, $\mathbf{w_{i,0}} = 1$ minden egyes $\mathbf{i} \in \mathcal{P}$ útra és $\mathbf{W_0} = \mathbf{N}$. Rögzítsünk egy $\mathbf{B}$ bázist, amely 2-baricentrikus feszítő. Minden $t = 1, 2, \ldots$ körben:

(1) az algoritmus választ egy S_t Bernoulli valószínűségi változót, ahol $\mathbb{P}(S_t = 1) = \varepsilon$.

(2) Ha $S_t = 1$, akkor választ egyenletes eloszlás szerint egy $\mathbf{I}_t$ utat $\mathbf{B}$ bázisból. Ha $S_t = 0$, akkor $\mathbf{I}_t$ utat $\{p_{\mathbf{i},t}\}$ eloszlás szerint választja véletlenszerűen, ahol

$$p_{\mathbf{i},t} = \frac{\mathbf{w}_{\mathbf{i},t-1}}{\mathbf{W_{t-1}}} \ .$$

(3) Kiszámolja az összes él becsült hibáját

$$\tilde{\boldsymbol{\ell}}_t^{(E)} = \mathbf{B}^+ \tilde{\boldsymbol{\ell}}_{\mathbf{t}}^{(\mathbf{B})} ,$$

ahol $\tilde{\boldsymbol{\ell}}_t^{(E)} = \{\tilde{\ell}_{e,t}^{(E)}\}_{e \in E}$, és $\tilde{\boldsymbol{\ell}}_t^{(\mathbf{B})} = (\tilde{\ell}_{\mathbf{b^1},\mathbf{t}}^{(\mathbf{B})}, \ldots, \tilde{\ell}_{\mathbf{b^b},\mathbf{t}}^{(\mathbf{B})})$ vektorát a becsült hibáknak

$$\tilde{\ell}_{\mathbf{b}^j,t} = \frac{S_t}{\varepsilon} \ell_{\mathbf{b}^j,t} \mathbb{I}_{\{\mathbf{I}_t = \mathbf{b^j}\}} b$$

minden $j = 1, \ldots, b$ indexre.

(3) Kiszámolja az összes él becsült hibáját

$$\tilde{\boldsymbol{\ell}}_t^{(E)} = \mathbf{B}^+ \tilde{\boldsymbol{\ell}}_{\mathbf{t}}^{(\mathbf{B})} ,$$

ahol $\tilde{\boldsymbol{\ell}}_t^{(E)} = \{\tilde{\ell}_{e,t}^{(E)}\}_{e\in E}$, és $\tilde{\boldsymbol{\ell}}_t^{(\mathbf{B})} = (\tilde{\ell}_{\mathbf{b^1},\mathbf{t}}^{(\mathbf{B})}, \ldots, \tilde{\ell}_{\mathbf{b^b},\mathbf{t}}^{(\mathbf{B})})$ vektorát a becsült hibáknak

$$\tilde{\ell}_{\mathbf{b}^j,t} = \frac{S_t}{\varepsilon} \ell_{\mathbf{b}^j,t} \mathbb{I}_{\{\mathbf{I}_t = \mathbf{b}^j\}} b$$

minden $j = 1, \ldots, b$ indexre.

(4) Frissíti a súlyokat:

$$\begin{aligned} w_{e,t} &= w_{e,t-1} e^{-\eta \tilde{\ell}_{e,t}}, \\ \mathbf{w}_{\mathbf{i},t} &= \prod_{e\in\mathbf{i}} w_{e,t} = \mathbf{w}_{\mathbf{i},t-1} e^{-\eta \sum_{e\in\mathbf{i}} \tilde{\ell}_{e,t}}, \end{aligned}$$

és az összegét az utak súlyának

$$\mathbf{W_t} = \sum_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} \mathbf{w_{i,t}} \ .$$

Tétel (GyLLO07)

Jelölje K a leghosszabb utat egy gráfban két kijelölt csomópont között. Ekkor minden $\delta \in (0,1)$, és optimalizált paraméterekre a korlátozott bandita algoritmust futtatva legalább $1-\delta$ valószínűséggel

$$\frac{1}{n}\left(\widehat{L}_n - \min_{\mathbf{i}\in\mathcal{P}} L_{\mathbf{i},n}\right) \leqslant 9.1K^2 b\left(Kb\ln(4bN/\delta)\right)^{1/3} n^{-1/3} \,,$$

minden $n \geqslant \frac{8b}{\varepsilon^2}\ln\frac{4bN}{\delta}$ *esetén.*

További eredmények, nyitott kérdések

Korlátozott bandita problémára adott további felső korlátok (nem számolhatók kis komplexitással)

- Várható értékben $O(n^{-1/2})$ [Dani, Hayes és Kakade 2007]

További eredmények, nyitott kérdések

Korlátozott bandita problémára adott további felső korlátok (nem számolhatók kis komplexitással)

- Várható értékben $O(n^{-1/2})$ [Dani, Hayes és Kakade 2007]
- Nagy valószínűségi felső korlát $O(n^{-1/2})$ [Bartlett, Dani, Hayes, Kakade, Rakhlin és Tewari 2008]

További eredmények, nyitott kérdések

Korlátozott bandita problémára adott további felső korlátok (nem számolhatók kis komplexitással)

- Várható értékben $O(n^{-1/2})$ [Dani, Hayes és Kakade 2007]
- Nagy valószínűségi felső korlát $O(n^{-1/2})$ [Bartlett, Dani, Hayes, Kakade, Rakhlin és Tewari 2008]

Nyitott kérdések, feladatok:

- kis komplexitású „jó” konvergencia sebességű algoritmus

További eredmények, nyitott kérdések

Korlátozott bandita problémára adott további felső korlátok (nem számolhatók kis komplexitással)

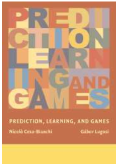
- Várható értékben $O(n^{-1/2})$ [Dani, Hayes és Kakade 2007]
- Nagy valószínűségi felső korlát $O(n^{-1/2})$ [Bartlett, Dani, Hayes, Kakade, Rakhlin és Tewari 2008]

Nyitott kérdések, feladatok:

- kis komplexitású „jó” konvergencia sebességű algoritmus
- Az algoritmusok gyakorlatba való átültetése.

Hasznos irodalom

Nicolò Cesa-Bianchi, Gábor Lugosi
Prediction, Learning and Games



Richard S. Sutton and Andrew G. Barto
Reinforcement Learning: An Introduction