

4. gyakorlat

Sík és egyenes

- Vizsgáljuk meg, hogy a megadott három pont egy egyenesbe esik-e; ha nem, írjuk fel a megadott pontokon áthaladó sík egyenletét!
 - $P(-3, 0, 4), Q(4, 1, 2), R(0, 0, 0)$,
 - $P(-2, 3, 1), Q(0, 5, 2), R(-4, 1, 0)$
- Határozzuk meg annak a síknak az egyenletét (explicit, implicit és normál), amely átmegy az $A(1, 5, 2)$ ponton és párhuzamos a $7x - y + 3z = 0$ egyenletű síkkal!
- Adott két pont: $A(2, 1, -3)$ és $B(-1, 0, 1)$. Írjuk fel annak a síknak az explicit (majd implicit) egyenletét, amelyik átmegy az adott pontokon és párhuzamos a $v = [3, -2, 0]$ vektorral!
- Írjuk fel az egyenesek explicit (paraméteres) és implicit (nem paraméteres) egyenletét!
 - Átmegy az $A(-2, 5, 1)$ ponton és párhuzamos az $\mathbf{a} = [-1, 2, 3]$ vektorral.
 - Átmegy a $P(3, 1, 2)$ és $Q(-1, 1, 3)$ ponton.
 - Párhuzamos a $\mathbf{k} = [0, 1, 0]$ vektorral, és átmegy az $A(5, 1, 4)$ ponton.
 - Párhuzamos a $3x + y - z + 1 = 0$ és az $x + y + z = 0$ egyenletű síkkal, és metszi az yz tengelysíkot a $P(0, 4, 1)$ pontban.
- Határozzuk meg a sík és az egyenes közös pontját, ha van ilyen.
 - $e : x = 3 - t, y = 2 - t, z = 3 - t, S : -2x + y + 3z - 3 = 0$
 - $e : x + 2 = y - 3 = \frac{z+1}{3}, S : x + 2y - z + 2 = 0$
- Az alábbi explicit, ill. impliciten megadott egyenletrendszerek közül melyek definiálják ugyanazt az egyenest?
 $e : x = 1 - 2t, y = 2 + t, z = 3t,$
 $f : x = 1 + 2t, y = 3 + t, z = 1 + 3t,$
 $g : x = 3 + 4t, y = 1 - 2t, z = -3 - 6t,$
 $h : 3x - 3 = 2 - y = z,$
 $i : -3x = y - 5 = -z - 3$
- Keressük annak a síknak az egyenletét, amelyik átmegy az $A(1, 2, 3)$ és $B(-1, 0, 1)$ pontokon, és párhuzamos az $x = 1, y = 2 - t, z = 4 + t$ egyenessel.
- Állapítsuk meg az egyenesek kölcsönös helyzetét! (metsző, párhuzamos, kitérő) Ha metszőek, adjuk meg a metszéspontjukat.
 $e : x = 3t + 2, y = -t, z = 1 - 2t,$
 $f : x = 1 - 6t, y = -3 + 2t, z = 2 + 4t,$
 $g : \frac{x+5}{2} = \frac{z-6}{3}, y = -1$
 $h : x = 2t - 3, y = -1, z = 3t + 9$
 $k : \frac{8-x}{2} = y + 2 = \frac{z+3}{2}$
- Tükrözzük az $A(2, -1, 3)$ pontot az $x = 3t, y = 5t - 7, z = 2t + 2$ egyenletrendszerű e egyenesre! Adjuk meg az A pont távolságát az e egyenestől!
- Tükrözzük az $A(-4, 9, -5)$ pontot az $S : 3x - 4y + z = -1$ síkra és adjuk meg a pont és a sík távolságát!
- Mutassuk meg, hogy a $x - y - z = 0, 3x - y - z + 2 = 0$ és $4x - y - z + 4 = 0$ egyenletű síknak nincs közös pontjuk!
- Adjuk meg annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(-1, 2, -3)$ ponton, merőleges az $\mathbf{a} = [6, -2, -3]$ vektorra, és metszi az
$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{3-z}{5}$$
 egyenletrendszerű egyenest!
- Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét (ha van ilyen egyenes), amely merőleges a $2x + 4y - z + 5 = 0$ egyenletű síkra és metszi a következő egyenletrendszerű egyeneseket:
$$e : \frac{x}{2} = -y = z, f : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z}{3}.$$
- Határozzuk meg a $P(-2, 3, 7)$ pont távolságát az $e : \frac{x-1}{3} = 2 - y, z = 2$ egyenestől!
- Adjuk meg $2x + 3y - z = 6$ és a $4x + y - 2z = 2$ egyenletű síkok metszésvonalát!