

1. Írjuk fel az $f(x)$ függvény lineáris közelítését az x_0 pontban, és ezt felhasználva adjunk becslést a megadott c számra.
 - a) $f(x) = \sqrt[4]{x}$, $x_0 = 16$, $c = \sqrt[4]{18}$
 - b) $f(x) = x^5$, $x_0 = 1$, $c = 1,038^5$
2. Az alábbi limeszek közül melyikeknél alkalmazható a L'Hospital-szabály? Számítsuk ki a határértékeket!
 - a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}$
 - b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3 - 2x}$
 - c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x}$
 - d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$
 - e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$
 - f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x$
 - g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$
 - h) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$
3. Állapítsuk meg, hogy az alábbi függvények hol monoton fogyók, illetve növekszenek, és keressük meg a lokális szélsőértékeiket!
 - a) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$
 - b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2x$
 - c) $f(x) = \sqrt{x} e^{1/x}$
4. A függvény menetének a vizsgálatából állapítsuk meg, hány valós gyöke az $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$ polinomnak.
5. Bizonyítsuk be, hogy $\operatorname{tg} x > x$, ha $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.
6. Hol vannak lokális szélsőértékei, hol konvexek, illetve konkávok az alábbi függvények?
 - a) $(x^2 - 2x)e^x$
 - b) $\arcsin x^2$
7. Mi az abszolút minimuma és maximuma az alábbi függvényeknek a megadott intervallumokon?
 - a) $\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{3}x^2$ a $[-1, \sqrt{8}]$ -on
 - b) $x^3 + 6x^2 - 15x + 3$ a $[-6, 6]$ -on
 - c) $x + \ln(x^2 - 3)$ a $[-10, -2]$ -n.