

1. Számítsuk ki a következő határozatlan és határozott integrálokat!

a) $\int x^4 - 3x^2 + 2 dx$ b) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$ c) $\int_0^1 \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx$

d) $\int \frac{x^4 + 2x - 1}{x} dx$ e) $\int_1^4 \sqrt{x}(7x^2 + 10x - 3) dx$

2. A következő integrálok kiszámításához alkalmazzuk a láncszabály megfordítását:
 $\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) + C$.

a) $\int_0^1 xe^{x^2} dx$ b) $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$ c) $\int \operatorname{tg} x dx$

d) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx$

3. Az integrandus megfelelő átalakítása után alkalmazzuk a láncszabályból adódó
 $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$ összefüggést!

a) $\int \sqrt[4]{2-3x} dx$ b) $\int \frac{e^x + 1}{e^{2x}} dx$ c) $\int \cos^2 x dx$ d) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^4 x dx$

e) $\int \frac{1}{x^2 + 4} dx$ f) $\int \frac{1}{\sqrt{1+3x^2}} dx$ g) $\int_{-1}^0 (2x+1)^{10} dx$

4. Számítsuk ki az alábbi improprius integrálokat!

a) $\int_1^\infty \frac{1}{x^2 + 1} dx$ b) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ c) $\int_e^\infty \frac{1}{x \ln x} dx$ d) $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$

5. Keressük meg azt az $f(x)$ függvényt, amelyre

a) $f'(x) = 4x + \sin 2x$, és $f(0) = 0$;

b) $f''(x) = 6x^2 + \frac{1}{x\sqrt{x}}$, $f(1) = 0$, és $f'(1) = 2$.