

1. Röpzárthelyi

Elmélet:

1. Mit nevezünk a $p : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ síkbeli vektomezővel ekvivalens komplex függvénynek?
2. Komplex függvény határértékének definíciója.
3. Mikor nevezünk egy $f : D \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényt $z_0 \in \mathbb{C}$ helyen folytonosnak?
4. Komplex függvény határértékének létezése és kiszámítása a kanonikus alak alapján.
5. Mikor nevezünk egy $f : D \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényt a z_0 helyen differenciálhatónak?
6. Komplex függvény pontbeli differenciálhatóságának szükséges és elégséges feltétele.
7. Mit tud differenciálható komplex függvény kétszer folytonosan differenciálható valós és képzetes részéről?
8. Mikor nevezünk egy $g : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt D tartományon harmonikusnak?
9. Folytonosan differenciálható síkbeli vektormező komplex potenciáljának definíciója.
10. Komplex potenciál létezésének elegendő feltétele.
11. Síkbeli vektormezővel ekvivalens komplex függvény és a komplex potenciál kapcsolata.
12. Komplex függvény görbementi integráljának definíciója.

Példák:

- I. Hozza kanonikus alakra a $w(z) = (z - i)/(z + i)$, $\exp(z)$, $\operatorname{sh}(z)$, $\sin(z)$, $\operatorname{ch}(z)$, $\cos(z)$ függvényeket.
- II. Differenciálhatóság definíciója alapján vizsgálja meg, hogy hol differenciálhatóak az alábbi függvények:

$$a.) w(z) = 1/z, \quad b.) w(z) = z \operatorname{Re}(z), \quad c.) w(z) = z^3, \quad d.) w(z) = z^2$$

- III. 1. A Cauchy-Riemann egyenletek felhasználásával vizsgálja az alábbi komplex függvény differenciálhatóságát!

$$a.) z \rightarrow f(z) = z^2 - (3 + i)z, \quad b.) z \rightarrow f(z) = z^3 + 2z,$$

$$c.) z \rightarrow f(z) = 2z^2 + (1 + i)z, \quad d.) z \rightarrow f(z) = 2z^2 - z$$

2. Lehet-e az alábbi függvény valamely differenciálható komplex függvény valós része? Ha igen, adja meg a megfelelő komplex függvényt!

$$a.) u(x, y) = 2x^3 - 2y^2 + x - y, \quad b.) u(x, y) = x^3 - 3xy^2$$

$$c.) u(x, y) = x^2 - y^2, \quad d.) u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 2x$$

$$e.) u(x, y) = \operatorname{ch} 2x \sin 2y, \quad f.) u(x, y) = \operatorname{sh} 2x \cos 2y,$$