11. és 12. oktatási hét gyakorlatainak anyaga

Példák:

1. Írjuk fel az alábbi adatokra a Lagrange féle interpolációs polinomot, és számítsuk ki a polinom értékét a megadott $\overline{x}$ helyen.

   a.)

x_i	0	1	2	3
y_i	0	1	8	27

   , $\overline{x} = -1$,

   b.)

x_i	-1	1	2	3
y_i	-8	0	1	8

   , $\overline{x} = 0$,

   c.)

x_i	-1	1	-2	2
y_i	0	8	-1	27

   , $\overline{x} = 0$,

   d.)

x_i	0	-1	1	2
y_i	0	1	0	3

   , $\overline{x} = -2$.

2. Becsüljük meg a $\sin x$ függvényhez készített másodfokú interpolációs polinom hibáját az osztópontok közötti $\overline{x}$ helyen, ha az osztópontok távolsága $h = 0,01$ (a függvényérték hibályától eltekintünk)!

3.* Írjunk "pszeudokódos" algoritmust, amely a Lagrange interpolációs polinomhoz a bekért adatok alapján kiszámítja a polinom értékét egy megadott $\overline{x}$ helyen!

4.* Mutassuk meg, hogy tetszőleges $\{x_k\}_{k=0}^{n}$, $(x_i \neq x_j,\ i \neq j$ -re

$$\sum_{i=0}^{n} L_i(x) = 1$$

5. Írjuk fel az alábbi adatokra az Hermite-féle interpolációs polinomot!

x_i	0	1
y_i^0	0	1
y_i^1	0	3
y_i^2	–	6

,

x_i	0	2
y_i^0	-1	3
y_i^1	–	3

,

x_i	0	1
y_i^0	1	2
y_i^1	–	3

6. Számítsuk ki az e^{tA} mátrixot az alábbi mátrixokra!

   a.)

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

   b.)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

   c.)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   A 2. nagyzh. anyaga eddig tart!

Az alábbi példák a 7. röpzh-hoz tartoznak.

7. a.) Legyen $\varphi(x) = x$, ha $0 < x \leq 2$. Adjuk meg és ábrázoljuk φ-nek olyan, lehető legkisebb periódusú kiterjesztését $(-\infty, \infty)$-re, amely páratlan periodikus függvény. Határozzuk meg a Fourier sorát!

   b.) Legyen $\varphi(x) = x$, ha $0 < x \leq 2$. Adjuk meg és ábrázoljuk φ-nek olyan, lehető legkisebb periódusú kiterjesztését $(-\infty, \infty)$-re, amely páros periodikus függvény. Határozzuk meg a Fourier sorát!

8. Határozzuk meg az alábbi függvény Fourier sorát!

   a.) $f(x) = \sin^2(x)$,

   b.) $f(x) = \sin^2(x)\cos(2x)$.

9. Határozzuk meg az alábbi függvény Fourier sorát!

$$f(x) = x^2, \text{ ha } 0 < x \leq 2\pi, \text{ és } f(x + 2k\pi) = f(x).$$