A1 Matematika vizsgazárthelyi 2006.01.06.

1. [15p] a. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+4x}-1}{x} = ?$ b. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\cos\dfrac{1}{x^2}\right)^{x^4} = ?$

2. [10p] Írjuk fel a $\tan x$ függvény $x_0 = \pi/4$ bázispontú differenciálját és ezzel adjuk meg $\tan(\pi/4 + 0.02)$ közelítő értékét.

3. [15p] a. Soroljuk fel a lokális szélsőértékhelyről tanult tételeket.
b. Bizonyítsuk be, hogy egy monoton növő függvény deriváltja nemnegatív.
c. Igaz-e, hogy bármely szigorúan monoton növő (differenciálható) függvény deriváltja pozitív? Indokoljunk.

4. [15p] a. Végezzünk függvényvizsgálatot az $f(x) = x^{-3}\ln x$ függvényre.

5. [15p] a. $\int xe^{2x}\,dx = ?$ b. $\int\limits_1^2 \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}dx = ?$ $(x = \dfrac{1}{\cos t})$.

6. [15p] Adjuk meg az $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $0 \le t \le 2\pi$ paraméterezésű görbe (asztroid) ívhosszát.

7. [15p] a. Konvergens-e az $\int\limits_0^\infty \dfrac{1-e^{-2x}}{x}\,dx$ integrál?

b. $\int\limits_{-4}^4 \dfrac{dx}{(x+4)^{2/3}} = ?$

****

Összpontszám 100 pont. Munkaidő 100 perc.
$P = (1.zh + 2.zh + 3 * vizsgazh)/5$.
Vizsgajegy-határok P-re: 40, 55, 70, 85 pont. Jelesért szóbelizni is kell.