A1 matematika zárthelyi 2006.01.11.

1. [10p] Számítsuk ki az $x - y + 2z = 1$ és a $2x + 3y - z = 0$ síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

2. [15p] a. $\lim_{n\to\infty} n^2(1 - \cos(1/n)) =?$ b. $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+2}\right)^{3n} =?$

3. [15p] Hány gyöke van az $f(x) = x^3 - 15x + 1$ függvénynek a $[-4, 4]$ szakaszon? (Vizsgáljuk meg f monotonitását.)

4. [15p] a. Mondjuk ki Rolle és Lagrange középérték- tételeit.
b. Igazoljuk, hogy ha $f' = 0$ az (a, b) intervallumon, akkor f konstans (a, b)-n.

5. [15p] Egy egyenes utcában egymástól 400 m-re található az A és a B diszkó, az A négyszer olyan hangos, mint a B. Egy diszkó által okozott zaj egyenesen arányos a diszkó hangosságával és fordítottan arányos a diszkótól vett távolság négyzetével. Az (A, B) útszakasz melyik pontja a legcsendesebb (ahol a két diszkó által okozott együttes zaj a legkisebb)?

6. [15p] a. $\int \cos^3 x \, dx =?$ b. $\int \sqrt{x}\, \mathrm{atan}(\sqrt{x})\, dx =?$ $(x = t^2)$

7. [15p] Az $1/\sqrt{x}$, $0 < x \leq 1$ függvény grafikonját megforgatjuk az y tengely körül. Határozzuk meg a keletkező forgástest térfogatát.

****

Munkaidő 100 perc.
$P = (1.zh + 2.zh + 3 * vizsgazh)/5$, vizsgajegyhatárok P-re: 40, 55, 70, 85 pont. Jelesért szóbelizni is kell.