A1 Matematika vizsgazárthelyi 2006.01.18.

1. [15p] a. $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{1-\tan x}{4x-\pi} = ?$ b. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x-x^4}-\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[3]{x^4}} = ?$
c. $\lim\limits_{x\to 0} (\cosh x)^{\coth x} = ?$

2. [15p] Végezzünk függvényvizsgálatot az $f(x) = x^4 e^{-x}$, $x \geq 0$ függvényre.

3. [15p] a. Definiáljuk a primitív függvényt, az integrálfüggvényt és mondjuk ki az integrálfüggvényről tanult állításokat.
b. Bizonyítsuk be: ha $\lim a_n = a$, akkor bármely a_{n_k} részsorozat is a-hoz tart.

4. [15p] Az $y = 1/x^2$, $x > 0$ görbe érintőegyeneseinek vegyük a pozitív x, y féltengelyek közé eső szakaszát. Melyik érintőnél lesz ez a szakasz a legrövidebb?

5. [15p] $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)} = ?$

6. [15p] a. $\displaystyle\frac{d}{dx}\int_1^{\ln x} \cos(t^2)\,dt = ?$ b. $\displaystyle\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sqrt{1+\tan^2 x}\,dx = ?$ $(\sin x = t)$

7 [10p] $\displaystyle\int_1^{\infty} \left(\frac{x}{1+x^2} - \frac{1}{x}\right) dx = ?$

****
Munkaidő 100 perc.
$P = (1.zh + 2.zh + 3 * vizsgazh)/5$. Jegyhatárok P-re: 40, 55, 70, 85 pont.
Jelesért szóbelizni is kell.