A2 Matematika vizsgazárthelyi 2006.06.15.

1. [15p] Adjuk meg a

$$\begin{matrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & -1 \end{matrix}$$

mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

2. [15p] Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a.\ \sum_{3}^{\infty} \frac{1}{n^2-n-2} \qquad b.\ \sum_{1}^{\infty} (1+1/n)^{n^2}.$$

3. [15p] Igaz-e, hogy

$$a. \frac{d}{dx} \sum_{1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^3} = -\sum_{1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2},$$

$$b. \frac{d^2}{dx^2} \sum_{1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^3} = -\sum_{1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n}?$$

Indokoljunk.

4. [15p] A $\sin x$ függvényt közelítjük $x - x^3/6$-tal, ha $|x| \le \pi/6$. Igaz-e, hogy a hiba kisebb 0.01-nél?

5. [15p] Keressük meg az $x^2+2y^2-3z^2 = 12$ felület $x+2y = 5$ síkkal párhuzamos érintősíkjait.

6. [15p] Legyen

$$f(x) = \begin{cases} (x^2+y^2)\cos \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \quad \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a. Számítsuk ki az f'_x, f'_y parciális deriváltfüggvényeket.
b. Totálisan differenciálható-e f az origóban?

7 [15p] a. Adjuk meg az $x = \cos y$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ és $z = 2x$ felületek által határolt test térfogatát.
b.

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\,dy\,dx = ?$$