A1 10. heti gyakorlat

1. Teljes függvényvizsgálat:

$$a)\quad f(x)=x\arctan x,\qquad b)\quad g(x)=\frac{1}{x}+\frac{x^2}{2},\qquad c)\quad h(x)=x^2\ln x.$$

2. Az

$$\frac{1}{x}+\frac{x^2}{2}=c$$

egyenletnek milyen c esetén van pontosan két különböző valós megoldása?

3. A $\Delta f \approx df$ közelítés alapján számoljuk ki közelítőleg az alábbi mennyiségeket, és számoljuk ki az elméleti korlátot a $\Delta f - df$ hibára, és/vagy ellenőrizzük kalkulátorral a pontosságot!

$$\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{27-2},\qquad \sqrt[4]{15},\qquad e^{0.1},$$
$$\sin 32^\circ\quad \text{(átváltandó radiánba)},\qquad \ln\left(\frac{11}{10}\right).$$

4. Egy egyenes körhenger sugarát és magasságát is 15 cm-ről 14.7 cm-re csökkentjük. Becsüljük, meg, mennyivel csökkent a térfogata!

5. (a) Sík terepen egy lövedéket v sebességgel α szögben kilőve milyen távol ér földet? (Légellenállás, szél nincs. Eredmény: $\frac{v^2}{g}\sin(2\alpha)$.)

   (b) Becsüljük meg, hogyan változik a lövedék becsapódásának helye, ha $v=200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ mellett 45° helyett 46°-ban lőjük ki! ($g=9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

6. Primitív függvény keresése a derivált képletek alapján:

$$\int (x^2-5x+1)dx,\qquad \int\left(\sqrt[3]{x^2}+\frac{4}{\sqrt[4]{x^5}}\right)dx,$$
$$\int (t+1)^{10}dt,\qquad \int\left(e^x+e^{-x}\right)^2dx.$$

7. Primitív függvény keresése az $\int f(ax+b)dx=\frac{1}{a}F(ax+b)+c$ összefüggés alapján ($F'(x)=f(x)$):

$$\int 5\cos(10x)dx,\qquad \int\frac{1}{(3z+10)^7}dz,$$
$$\int\frac{dt}{\cos^2(4t-1)},\qquad \int\frac{dx}{1-\left(\frac{x}{3}+1\right)^2}.$$

8. Primitív függvény keresése az $\int f'f^\alpha$, $\int\frac{f'}{f}$ séma alapján:

$$\int \sin x\cos x\,dx,\qquad \int\frac{\operatorname{ar\,ch} x}{\sqrt{x^2-1}}dx,\qquad \int\frac{1}{x(\ln x)^{\frac{1}{3}}}dx.$$