

# Kalkulus 2

## 6. Házi feladat

Beadási határidő: 2016. április 5.

### Kettős és hármas integrálok 1.

1. Számítsuk ki az alábbi kettős és hármas integrálokat a megadott tartományon!

(a)  $\iint_T \frac{1}{1+x^2} dT$ , ahol  $T$  a  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 1)$  csúcspontú háromszög.

(b)  $\iint_T xy^2 dT$ , ahol  $T = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 1 - x\}$ .

(c)  $\iiint_V e^{x+y+z} dV$ , ahol  
 $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x + y, 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$ .

(d)  $\iiint_V \frac{dT}{(1+x+y+z)^3}$ , ahol  $V$  az  $x + y + z = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  és  $z = 0$  síkokkal határolt korlátos térrész.

2. Cserélje meg az integrálás sorrendjét!

(a)

$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{2+\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx dy.$$

(b)

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} \int_0^1 f(x, y, z) dy dz dx + \int_0^1 \int_{x^2}^{x^2+1} \int_{\sqrt{z-x^2}}^1 f(x, y, z) dy dz dx.$$

3. Számítsa ki az alábbi integrálokat!

(a)

$$\int_0^1 \int_x^1 \frac{x \sin y}{y} dx dy,$$

(b)

$$\int_1^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sin\left(\frac{x^3}{3} - x\right) dx dy.$$

4. Határozza meg az alábbi integrálokat!

(a)

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \sin(x^2 + y^2) dx dy,$$

(b)

$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{x-x^2}}^{\sqrt{x-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx,$$

(c)  $\iint_T xy dT$ , ahol  $T$  az  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  és az  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  körök által határolt korlátos síkrész.

(d)  $\iint_T (x^3 - 3xy^2) dT$ , ahol

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x+1)^2 + y^2 \leq 9, (x-1)^2 + y^2 \geq 1\}.$$

(e)  $\iiint_V dV$ , ahol  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$ .

(f)

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_0^1 z\sqrt{x^2 + y^2} dz dy dx.$$