

Beadandó házi feladatok 4. hét

1. a. Hogyan ismerhető fel az $f(x)$ függvény 2π -periodikus Fourier-sorából, hogy f π -antiperiodikus, azaz $f(x + \pi) = -f(x)$?
b. A $(0, \pi/2)$ -en megadott $g(x)$ függvényt hogyan kell kiterjeszteni $[-\pi, \pi]$ -re, hogy Fourier-sora

$$g(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} \sin(2n-1)x$$

alakú legyen?

2. Fejtsük komplex Fourier-sorba az $f(x) = x$, $|x| < \pi$, $f(k\pi) = 0$ függvényt. Hol konvergens, hol egyenletesen konvergens? A Fourier-sorba $x = \pi/2$ -et helyettesítve milyen (valós) egyenlőség adódik?

3. Igazoljuk, hogy $C[a, b]$ -n

$$d(f, g) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

metrika. Nyílt halmaz lesz-e ebben a metrikus térben

$$\{f \in C[a, b] : \|f\| < 1\}$$

ahol $\|f\|$ az uniform normát jelöli?