Beadandó házi feladatok 8. hét

1. Mely pontokban lesz az $f(x,y,z) = xz + y^2/2 - x + y + 5$ függvény gradiense merőleges a $(0,1,2)$ és az $(1,2,3)$ vektorokra?

2. a. Legyen $f(x,y,z,t) = \ln(e^x + e^y + e^z + e^t)$. Akkor

$$\frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z \partial t} = ?$$

b. Legyen $f(x) = (x_1^2 + \cdots + x_m^2)^p$. Milyen valós p mellett igaz, hogy

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \cdots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_m^2} = 0?$$

3. Alkalmazzunk polárkoordinátás helyettesítést az $f(x,y)$ függvényben, azaz legyen

$$g(r,\varphi) = f(r\cos\varphi, r\sin\varphi).$$

a. Mutassuk meg, hogy

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial r}\cos\varphi - \frac{\partial g}{\partial \varphi}\frac{\sin\varphi}{r}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial r}\sin\varphi + \frac{\partial g}{\partial \varphi}\frac{\cos\varphi}{r}.$$

b. Fejezzük ki g deriváltjaival:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 = ?$$