

Matematikus szak BSc Analízis(2) Részletes tematika

Függvénysorozatok és függvénysorok

Pontonkénti konvergencia, konvergenciatartomány, határ- és összegfüggvény. Egyenletes konvergencia, Weierstrass kritérium, egyenletes Leibniz kritérium. Uniform norma, kapcsolata az egyenletes konvergenciával. Az egyenletes konvergencia következményei: a határ- ill. összegfüggvény folytonossága, tagonkénti deriválhatóság és integrálhatóság. Dominált pontonkénti konvergencia esetén a sor(ozat) tagonként integrálható.

Hatványsor, konvergencia-intervallum, konvergenciasugár. Összeg egyenletes konvergenciája, deriválhatósága belső pontokban, folytonossága határpontokban. Az együtthetők felírása az összegfüggvénnyel. Taylor-polinom, illeszkedése a függvényhez, a maradéktag becslése. Taylor-sor, nevezetes függvények Taylor-sorai. Analitikus függvények, elégséges feltétel Taylor-sorba fejthetőségre.

Fourier-sor, képlet az együtthetőkra. Elégséges feltételek a Fourier-sor pontonkénti és egyenletes konvergenciájára. Folytonos függvény Fourier-sora. Fejér-közepek konvergenciája. Fourier-sor másik periódussal. Komplex Fourier-sor. A részletösszegek minimalizáló tulajdonsága. Parseval-egyenlőség.

Metrikus terek, normált terek

Definíció, alaptulajdonságok. Halmaz belső pontja, határpontja, nyílt halmaz, zárt halmaz, tulajdonságai. Cauchy-sorozat, teljesség. Példák. Az uniform norma teljes. Kompakt halmaz definíciója, tulajdonságai, jellemzése véges dimenzióban. Példák.

Többváltozós differenciálszámítás

Függvényhatárérték, folytonosság definíciói, kapcsolat az alapműveletekkel és a közvetett függvényképzéssel. Polárkoordinátás helyettesítés. Kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai. Parciális derivált, magasabbrendű deriváltak, Young tétele. Totális deriválhatóság, differenciál, függvénymegváltozás becslése differenciállal. A totális és parciális deriválhatóság viszonya a folytonossághoz. Totális deriválhatóság elégséges feltétele. Érintősík. Láncszabály. Iránymenti deriválás. Implicit függvény létezése, deriválhatósága. Lagrange középértéktétel. Magasabbrendű differenciálok, Taylor-polinom, hibabecslése. Lokális szélsőérték keresés, a második deriváltmátrix definitása. Globális szélsőérték keresése tartományon. Feltételes szélsőérték, Lagrange multiplikátor.

Többváltozós integrálszámítás

Kettős integrál értelmezése, felbontása egyszeres integrálokra. Az integrálások sorrendjének cseréje. Helyettesítéses integrálás, polárkoordinátás helyettesítés. Improprius integrálás. Hármasszög, felbontása egyes és kettős integrálokra. Helyettesítés, gömbi és hengerkoordináták. Jordan-mérték, tulajdonságai. Mérhető halmazok jellemzése a határral. Kapcsolat a Riemann-integrállal.

Vektoranalízis

Vektormező vonalintegrálja (munka), kiszámítása paraméterezéssel. Skalárpotenciál, vonalintegrál potenciálos térben. Rotáció fizikai és matematikai definíciója. Örvénymentes terek jellemzése ívszerűen egyszerűen összefüggő térrészben. Felszín. Vektormező felületmenti integrálja (fluxus). Divergencia fizikai és matematikai definíciója. Vektorpotenciál, forrásmentes terek jellemzése egyszerűen összefüggő térrészben. Newton-Leibniz formula, parciális integrálás, Gauss-Osztrogradskij tétel 2 és 3 dimenzióban. Green-tételek. Stokes tétele.

Komplex változós analízis I.

A komplex számkörben nincs rendezés. A végtelenhez tartás értelmezése. Sorozat és sor határértéke, függvényhatárérték, folytonosság. Deriválhatóság, Cauchy-Riemann egyenletek. Harmonikus függvény, harmonikus társ. Elemi függvények: exponenciális függvény, logaritmus, trigonometrikus és hiperbolikus függvények, algebrai azonosságok.