

1. zárthelyi, Matematika A1a, 2010. március 30.

1. [15p] a) Adjuk meg exponenciális alakban a  $2 - 2i$  komplex számot.  
b) Oldjuk meg a

$$\frac{z + 1}{z + 2i} = i$$

egyenletet.

2. [15p] Adjuk meg az  $(1, 0, 1)$ ,  $(2, 1, 1)$  és  $(0, 1, -1)$  pontokra illeszkedő sík egyenletét.

3. [15p] Konvergensek-e az alábbi sorozatok? Ha igen, mi a határérték?

$$a) \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \quad b) \frac{25^n + n!}{n^2 + (-3)^n} \quad c) \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^{4n}.$$

4. [15p] a) Definiáljuk a pontbeli folytonosság fogalmát és mondjuk ki a folytonos függvényekre vonatkozó Bolzano tételt.

- b) Mely pontokban és milyen szakadása van az

$$x \arctg(1/x)$$

függvénynek?

5. [15p]

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} =? \quad b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} =? \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2} =?$$

6. [15p] a. Mondjuk ki az inverz függvény deriváltjáról szóló tételt.

- b) Adjuk meg az  $\ln(1 + \sqrt[3]{x})$  függvény inverzének az  $y_0 = \ln 2$  helyen vett deriváltját.

7. [10p] Keressük meg a  $\operatorname{tg}(x^2 + 2^x)$  függvénynek az  $x = 0$  ponthoz tartozó érintőegyenését.

.....  
Pótfeladat csak elégségesért (csak 32 összpontszámig javítjuk):

8. [12p]

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{8n^3 + 5}{2n^3 + 7n}} =?$$

- b) Mutassuk meg, hogy a  $3^x = \ln(1 + x^2)$  egyenletnek van  $x < 0$  megoldása.

Munkaidő 100 perc.