

3. gyakorlat

Függvények

F1. Adjuk meg a valós számoknak azt a lehető legbővebb részhalmazát, amelyen a következő kifejezés értelmezhető:

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{3x+2} \cdot \log_{\frac{1}{3}} |2x-1|.$$

F2. Írjuk fel az $f \circ g$ és a $g \circ f$ kompozíciót a következő függvények esetében:

(a) $f(x) = 1 - x^2$ ($x \in \mathbb{R}$), $g(u) = \sqrt{u}$ ($u \in \mathbb{R}_0^+$);

(b) $f(x) = x^2$ ($x \in \mathbb{R}$), $g(u) = 2^u$ ($u \in \mathbb{R}$).

F3. Mely két függvény kompozíciója az alábbi függvények?

(a) e^{x^2} , (b) $\sin^2(x)$, (c) $\ln \ln x$.

F4. Bizonyítsuk be, hogy az

$$f(x) = |x^2 - 7x + 12| \quad (x \in \mathbb{R})$$

függvény nem invertálható.

F5. Mutassuk meg, hogy az

$$f(x) = \frac{x-2}{2x+3} \quad (x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\})$$

függvény invertálható, és állítsuk elő az inverz függvényt.

Opcionális (ha marad idő)

F6. Invertálható-e az $f(x) = \sqrt[3]{27 - x^3}$ függvény? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét.

F7. Legyen $f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény a következő:

$$f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 7 \quad (x \in (0, \pi)).$$

Invertálható ez a függvény? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét.