7. gyakorlat
Monotonitás, szélsőérték

F1. Legyen

$$f(x) = \frac{1}{\cos x} \qquad \left(x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right).$$

Számítsuk ki f másodrendű deriváltját ($f''(x)$-et).

F2. Adjuk meg azt a legbővebb intervallumot, amelyen az

$$f(x) = \frac{x^3}{3x^2+1} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

függvény szigorúan monoton.

F3. Határozzuk meg az

$$f(x) = x - \ln(1+x) \qquad \big(x \in (-1, +\infty)\big)$$

függvény lokális szélsőértékhelyeit és lokális szélsőértékeit.

F4. Határozzuk meg az

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1 \qquad (x \in \mathbb{R})$$

függvény monotonitási intervallumait, valamint lokális szélsőértékhelyeit és lokális szélsőértékeit.

Opcionális (ha marad idő)

F5. Legyen

$$f(x) = \left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos x + x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3x}{2}\right) \qquad \left(x \in \left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)\right).$$

Írjuk fel a függvény derivált függvényét. Mutassuk meg, hogy az $f(x) = 0$ egyenletnek pontosan egy gyöke van a $(0, \frac{\pi}{6})$ intervallumban.