

## 2. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt alulról korlátosnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$  jelölést ( $A \in \mathbb{R}$ ) használjuk. (3 pont)
3. Mit mond a Rolle-tétel? (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Egy  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) \_\_\_\_\_, ha az értékkészletének minden elemét egyszer veszi fel.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)

Tegyük fel, hogy az  $f(x), g(x)$  differenciálható függvények értelmezettek az  $x_0$  pont egy környezetében, esetleg az  $x_0$ -ban nem. Ha  $\lim_{x \rightarrow x_0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+} g(x) = 0$

- (a) és ha  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  létezik, akkor  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ .
- (b) és ha  $\lim_{x \rightarrow x_0+} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  létezik, akkor  $\lim_{x \rightarrow x_0+} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0+} \frac{f(x)}{g(x)}$ .
- (c) és ha  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$  létezik, akkor  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .
- (d) és ha  $\lim_{x \rightarrow x_0+} \frac{f(x)}{g(x)}$  létezik, akkor  $\lim_{x \rightarrow x_0+} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0+} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .

6. Keressük meg a szakadási helyeket, és azok fajtáit! (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x^2 + x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}, \\ 1, & \text{ha } x = -1, \text{ vagy } x = 0. \end{cases}$$

7. Katinak 69 tételt kell megtanulnia a vizsgára. Ha  $x$  tételt tanul meg, akkor a megtanultaknak  $\frac{5}{4}x\%$ -át elfelejti a vizsgára. Ilyen feltételek mellett hány tételt tanuljon meg, hogy a vizsgán a lehető legtöbb tételt tudja? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = \ln(\ln x)$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (6 pont)

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = ?$$

10. (7 pont)

$$\int x^2 \cos(3x) dx = ?$$

11. Számítsuk ki az  $f(x) = e^x, x \in [0, 3]$  függvény grafikonjának az  $x$ -tengely körüli megforgatásával adódó forgástest térfogatát. (7 pont)