2. vizsga végeredményei

4. invertálható vagy injektív

5. (b)

6. Ha $x \notin \{-1; 0\}$, a függvény folytonos.

   $\lim_{x\to -1\pm} f(x) = \pm\infty$, itt tehát szinguláris szakadás van.

   $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}\dfrac{1}{x+1} = 1 = f(0)$, tehát ez nem szakadási hely.

7. A függvény: $f(x) = x - \frac{\frac{5}{4}x}{100}x = x - \frac{5}{400}x^2$, melynek deriváltja $f'(x) = 1 - \frac{5}{200}x$, mely $x = 40$-ben tűnik el, ami maximum, hiszen $f''(40) = -\frac{5}{200} < 0$.

8. ÉT: $(1, +\infty)$, zérushely: $x = e$, paritás, periódus nincsen.

   $\lim_{x\to 1+} f(x) = -\infty$, tehát $x = 1$ függőleges aszimptota.

   $\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty$, itt nincs ferde aszimptota.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{x\ln x} > 0 \text{ az értelmezési tartományban,} \\ f''(x) &= -\frac{\ln x + 1}{(x\ln x)^2} < 0 \text{ az értelmezési tartományban,} \end{aligned}$$

   így végig monoton nő és konkáv. ÉK: $\mathbb{R}$.

9.
$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = \int \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{x} + C$$

10. Kétszeres parciális integrálással:

$$\int x^2\cos(3x)\,\mathrm{d}x = x^2\frac{\sin(3x)}{3} - \int 2x\frac{\sin(3x)}{3}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2\sin(3x)}{3} + \frac{2x\cos(3x)}{9} - \frac{2\sin(3x)}{27} + C$$

11.
$$\pi\int_0^3 (e^x)^2\,\mathrm{d}x = \pi\int_0^3 e^{2x}\,\mathrm{d}x = \pi\left[\frac{e^{2x}}{2}\right]_0^3 = \frac{e^6-1}{2}\pi \approx 632$$