7. vizsga végeredményei

4. szakadási helye

5. (c)

6. Invertálható, és $f^{-1}(x) = \frac{\ln\left(\frac{x}{5}\right)+2}{3}$.

7. A függvény: $f(x) = -x + 30 + 0,1x^2$, melynek deriváltja: $f'(x) = -1 + 0,1 \cdot 2x$, mely $x = 5$-ban tűnik el.
   Ez minimum, hiszen a második derivált: $f''(x) = 0,2$ pozitív.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely nincs, páros, periódus nincsen.

   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$, és itt nincs ferde aszimptota.

   $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$, és itt sincs ferde aszimptota.

   $f'(x) = \dfrac{2x}{x^2+4}$, így 0-ig monoton csökken, utána nő.

   $f''(x) = \dfrac{2(x^2+4) - 2x \cdot 2x}{(x^2+4)^2} = \dfrac{8-2x^2}{(x^2+4)^2}$, mely $x = \pm 2$-ben tűnik el, így $(-2,2)$-ben konvex, másutt konkáv.

   ÉK: $[\ln(4), \infty)$.

9.
$$\int \sqrt{x}(x+5)\,\mathrm{d}x = \int x^{\frac{3}{2}} + 5x^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 5 \cdot \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}} + C.$$

10.
$$\int x\mathrm{arctg}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\mathrm{arctg}(x) - \int \frac{x^2}{2}\frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2\mathrm{arctg}(x)}{2} - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x =$$
$$= \frac{x^2\mathrm{arctg}(x)}{2} - \frac{1}{2}\int 1 - \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2\mathrm{arctg}(x)}{2} - \frac{1}{2}(x - \mathrm{arctg}(x)) + C.$$

11. Az egyenes a görbét az $x = 0$ és az $x = 2$ pontban metszi, így e kettő között integráljuk a két függvény különbségét:
$$\int_0^2 8x - x^4\,\mathrm{d}x = \left[4x^2 - \frac{x^5}{5}\right]_0^2 = \frac{48}{5} = 9,6.$$