1. vizsga

1. Mikor nevezünk vektorokat lineárisan függetlennek? (3 pont)
2. Mikor nevezünk egy mátrixot diagonálisnak? (3 pont)
3. Cauchy–Hadamard-tétel kimondása. (3 pont)
4. Jacobi-mátrix definíciója. (3 pont)
5. Ha az (a_n) és (b_n) számsorozatokra $0 \le b_n \le a_n$ és (3 pont)
   (a) az a_n sorozat konvergens, akkor a b_n sorozat is konvergens.
   (b) a b_n sorozat konvergens, akkor az a_n sorozat is konvergens.
   (c) a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sor konvergens, akkor a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sor is konvergens.
   (d) a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sor konvergens, akkor a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sor is konvergens.
6. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely a $(3, 1, -1)$ vektorra merőleges, és átmegy a $P(1, -2, 0)$ ponton. Mekkora a távolsága a $Q(-2, 1, 5)$ pontnak ettől a síktól? (3+3 pont)
7. Az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (2, 3)$. Határozzuk meg az a paraméter értékét, a sajátértékeket, és a többi sajátvektort. (8 pont)
8. Számoljuk ki a $-8i$ komplex szám harmadik gyökeit (az eredményt algebrai alakban adjuk meg). (8 pont)
9. Mennyi a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^{n+1}}{(-3)^{2n}}$ sor összege? (6 pont)
10. Egy téglatest egy csúcsában összefutó éleinek összege 30 cm. Mennyi az élek hossza, ha a téglatest térfogata maximális? (9 pont)
11. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét a megadott tartományon. (8 pont)

$$\iint_A 4x^2 y \, \mathrm{d}(x, y) \qquad A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le x \le y\}$$