

Matematika G2F házi feladatok

1. $\int_2^{\infty} \frac{6}{\sqrt{(x-1)^3}} dx = ?$

2. $\int_2^{\infty} e^{-7x} dx = ?$

3. $\int_0^2 \frac{3}{(2x-4)^2} dx = ?$

4. Bontsuk fel a $\mathbf{v} = (3, 6, 7)$ vektort az $\mathbf{a} = (1, 0, -2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges komponensek összegére.

5. Határozzuk meg az $\mathbf{a} = (3, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (4, -1, 3)$ és $\mathbf{c} = (2, 2, 5)$ vektorok által kifeszített tetraéder térfogatát.

6. Írjuk fel a $P(3, 3, 2)$ ponton átmenő $\mathbf{n} = (3, -1, 0)$ normálvektorú sík egyenletét, és számítsuk ki a $Q(2, 2, 3)$ pontnak ettől a síktól vett távolságát.

7. Írjuk fel az $A(2, 3, 5)$ és a $B(1, 4, 9)$ pontokon átmenő egyenes egyenletrendszerét.

8. Lineárisan függetlenek-e a $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektorok?

9. Szorozzuk össze a $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ és a $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & -3 \\ 2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixot.

10. Adjuk meg az A 3×4 -es mátrix 2. sorának az összegét mátrixműveletekkel.

11. Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét!

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

12. Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét!

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

13. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} 2x + 5y + z &= 10 \\ 3x - 2y - z &= 5 \\ x + 12y + 3z &= 5 \end{aligned}$$

14. $\int_1^3 \frac{2}{\sqrt[3]{2x-2}} dx = ?$

15. Számítsuk ki az $A(0, 1, 2)$, $B(5, 4, 3)$, $C(3, 2, 3)$ háromszög területét.

16. Számítsuk ki az alábbi mátrix rangját!

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

17. Számítsuk ki az alábbi mátrix rangját!

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

18. Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát!

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

19. Számítsuk ki az alábbi mátrix inverzét!

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

20. Oldjuk meg a $2AX - B = X$ mátrixegyenletet, ahol

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

21. $\frac{3 - 2i}{7 + 3i} = ?$

22. $(1 - \sqrt{3}i)^3 = ?$

23. $\sqrt[4]{1 - \sqrt{3}i} = ?$

24. Keressük meg az alábbi mátrix sajátértékeit, és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

25. Keressük meg az alábbi mátrix sajátértékeit, és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

26. Mi a $\frac{\sqrt{3n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+1}}$ sorozat határértéke?

27. Számítsuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(-\frac{2}{5}\right)^{n-2}$ sor összegét.

28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{3^n}$ sor konvergens vagy divergens?

29. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{2^n}$ sor konvergens vagy divergens?

30. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^{2n}} x^n$ sor konvergenciatartományát.

31. Határozzuk meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{3^{n+1}}$ hatványsor konvergenciaintervallumát.

32. Írjuk fel az $f(x) = \frac{x^2}{5} \cos(3x)$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és határozzuk meg a konvergenciasugarat is.
33. Írjuk fel az $f(x) = \frac{7}{x^3 + 3}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és határozzuk meg a konvergenciasugarat is.
34. Mi a $\left(\frac{n-3}{n+5}\right)^n$ sorozat határértéke?
35. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt[3]{n^2 + 2n}}$ sor konvergens vagy divergens?
36. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n}{n!}$ sor konvergens vagy divergens?
37. Keressük meg az alábbi mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat!

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

38. Keressük meg az $f(x, y) = x^3 - xy + y^2 - 7y + 6$ függvény lokális szélsőértékeit!
39. Egy 1 m^3 térfogatú téglatest alját és tetejét két rétegben, a többi oldalát egy rétegben befestjük. Milyen hosszúak legyenek a téglatest oldalélei, hogy a lehető legkevesebb festék kelljen ehhez?
40. Integráljuk az $f(x, y) = 3x^2$ függvényt az $y = 4 - x^2$ görbe és az x -tengely között.
41. Integráljuk az $f(x, y) = xy$ függvényt az $A = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq x \leq y\}$ tartományon.