

# 1. gyakorlat

Középiskolai ismeretek ismételése

Horváth Márton

BME, Matematika Intézet, Geometria Tanszék

2021. szeptember 9.

## 1. feladat (a)

Oldjuk meg  $\mathbb{R}$ -en az  $x + 2 = \sqrt{4x + 13}$  egyenletet!

## 1. feladat (a)

Oldjuk meg  $\mathbb{R}$ -en az  $x + 2 = \sqrt{4x + 13}$  egyenletet!

A gyökvonás miatt  $4x + 13 \geq 0$ , azaz  $x \geq -\frac{13}{4}$ .

Az egyenletet négyzetre emelve esetleg újabb gyököket kaphatunk:

$$(x + 2)^2 = 4x + 13$$

$$x^2 + 4x + 4 = 4x + 13$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Visszahelyettesítve ezeket az eredeti egyenletbe azt kapjuk, hogy az  $x = 3$  megoldás, az  $x = -3$  nem megoldás.

## 1. feladat (b)

Oldjuk meg  $\mathbb{R}$ -en az  $\left| \frac{3x + 2}{x - 1} \right| = 3$  egyenletet!

# 1. feladat (b)

Oldjuk meg  $\mathbb{R}$ -en az  $\left| \frac{3x+2}{x-1} \right| = 3$  egyenletet!

Kikötjük, hogy  $x - 1 \neq 0$ , azaz  $x \neq 1$ . Egy szám abszolút értéke pontosan akkor 3, ha a szám  $-3$  vagy  $+3$ . Tehát két eset van.

Az első:

$$\frac{3x+2}{x-1} = -3$$

$$3x+2 = -3(x-1)$$

$$3x+2 = -3x+3$$

$$6x = 1$$

$$x = \frac{1}{6}$$

A másik eset:

$$\frac{3x+2}{x-1} = 3$$

$$3x+2 = 3(x-1)$$

$$3x+2 = 3x-3$$

$$2 = -3,$$

ami ellentmondás, tehát ebben az esetben nincs megoldás.

Tehát az egyetlen megoldás az  $x = \frac{1}{6}$  (ami nem 1).

## 2. feladat

Oldjuk meg  $\mathbb{R}$ -en az  $\left| \frac{x}{2} + 2 \right| \leq 3$  egyenlőtlenséget!

## 2. feladat

Oldjuk meg  $\mathbb{R}$ -en az  $|\frac{x}{2} + 2| \leq 3$  egyenlőtlenséget!

Egy szám abszolút értéke pontosan akkor legfeljebb 3, ha a szám  $-3$  és  $3$  között van:

$$-3 \leq \frac{x}{2} + 2 \leq 3$$

$$-5 \leq \frac{x}{2} \leq 1$$

$$-10 \leq x \leq 2$$

Tehát  $x \in [-10, 2]$  a megoldás.

### 3. feladat

Ábrázoljuk függvénytranszformációkkal az  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  függvényt!



### 3. feladat

Ábrázoljuk függvénytranszformációkkal az  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  függvényt!

Teljes négyzetté alakítunk:

$$f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 9 + 8 = (x - 3)^2 - 1$$

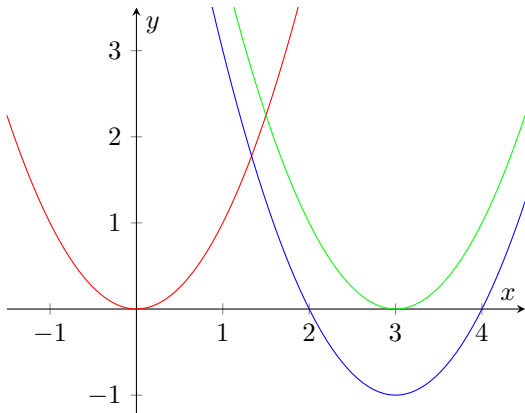
### 3. feladat

Ábrázoljuk függvénytranszformációkkal az  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  függvényt!

Teljes négyzetté alakítunk:

$$f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 9 + 8 = (x - 3)^2 - 1$$

Tehát az  $y = x^2$  grafikonját 3 egységgel jobbra, és 1 egységgel lefelé kell mozgatnunk.



## 4. feladat

Írjunk fel olyan egyenlőtlenség-rendszert, amelynek a megoldáshalmaza az  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 5)$  és  $C(1, 3)$  csúcspontú háromszög belseje.

## 4. feladat

Írjunk fel olyan egyenlőtlenség-rendszert, amelynek a megoldáshalmaza az  $A(0,0)$ ,  $B(0,5)$  és  $C(1,3)$  csúcspontú háromszög belseje.

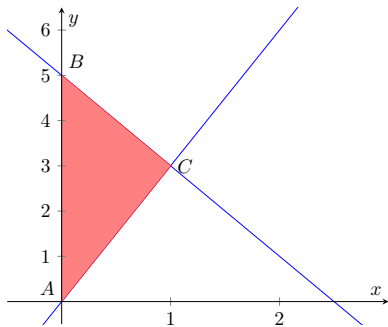
$AB$  oldalegyenes egyenlete  $x = 0$ ,  
ettől jobbra levő pontok:  $x > 0$ .

$AC$  oldalegyenes meredeksége  
 $\frac{3}{1} = 3$ , így az egyenlete  $y = 3x + 0$   
(átmegy az origón).

A háromszög belseje ezen egyenes  
felett van, így a megfelelő  
egyenlőtlenség:  $y > 3x$ .

A  $BC$  oldalegyenes meredeksége  
 $\frac{-2}{1} = -2$ , így az egyenlete  
 $y = -2x + 5$ , mert az  $y$ -tengelyt az  
5-nél metszi.

A háromszög belseje ezen egyenes  
alatt van, így a megfelelő  
egyenlőtlenség:  $y < -2x + 5$ .



A háromszög belsejét meghatározó  
egyenlőtlenség-rendszer:

$$x > 0$$

$$y > 3x$$

$$y < -2x + 5$$

## 5. feladat

Vázlatosan ábrázoljuk azon pontok mértani helyét a síkon, melyekre a  $x^2 + y^2 + 2y < 3$  és  $y^2 < x + 2$  egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek.

## 5. feladat

Vázlatosan ábrázoljuk azon pontok mértani helyét a síkon, melyekre a  $x^2 + y^2 + 2y < 3$  és  $y^2 < x + 2$  egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek.

Az első egyenlőtlenséget teljes négyzetté alakítjuk:

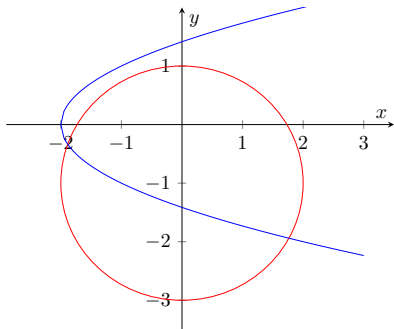
$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 2y &< 3 \\x^2 + (y + 1)^2 - 1 &< 3 \\x^2 + (y + 1)^2 &< 4,\end{aligned}$$

ami egy  $(0, -1)$  középpontú, 2 sugarú kör belseje.

A második egyenlőtlenségénél először csak a határt tekintjük:  
 $y^2 = x + 2$ .

Ez az  $y^2 = x$  parabola 2-vel való eltoltja balra.

Ennek a belső pontjai a  $y^2 < x + 2$  egyenlőtlenséget kielégítő pontok.



Mindkét egyenlőtlenségnek a megállapított két tartomány metszetének pontjai fognak elegendet tenni.