8. gyakorlat
Konvexitás, aszimptoták és L'Hospital-szabály

F1. Adjuk meg azokat az intervallumokat, amelyeken az f függvény konvex, illetve konkáv. Van-e a függvénynek inflexiós pontja?

(a) $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x$,

(b) $f(x) = \dfrac{x^3}{x-1}$.

F2. Van-e az f függvénynek aszimptotája $+\infty$-ben, illetve $-\infty$-ben? Ha igen, akkor határozzuk meg:

(a) $f(x) = \dfrac{x^2+9}{x}$,

(b) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$,

(c) $f(x) = \dfrac{2x^2-3x+1}{x^2+1}$,

(d) $f(x) = \sqrt{4x^2+3x+1}$.

F3. A L'Hospital-szabály alkalmazásával számítsuk ki az alábbi határértékeket. Azt is állapítsuk meg, hogy milyen típusú „kritikus" határértékről van szó.

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sin(2x-4)}{\operatorname{tg}(x-2)}$,

(b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x)}{3x}$,

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$,

(d) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

Házi feladatok

F4. Hol konvex, illetve konkáv az $f(x) = xe^{-5x}$ függvény?

F5. Írjuk fel az $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ függvény aszimptotáit.

F6. Határozzuk meg az $f(x) = xe^{-5x}$ függvény végtelenbeli határértékeit.