1. vizsga végeredményei

4. szigorúan monoton csökken

5. (c)

6. Ha $x \neq 0$, akkor folytonos.
   Az $x = 0$-ban a határértékek:

$$\lim_{x\to 0+} \frac{\sin|x|}{x} = \lim_{x\to 0+} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to 0-} \frac{\sin|x|}{x} = \lim_{x\to 0-} \frac{\sin(-x)}{x} = -\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = -1,$$

   így ez ugrás szakadás.

7. A függvény: $f(x) = 10x - x^2$, melynek deriváltja: $f'(x) = 10 - 2x$, mely $x = 5$-ben tűnik el.
   Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -2$ negatív.
   A függvénynek $0 \leq x \leq 10$ esetén van értelme, a széleken a függvény: $f(0) = f(10) = 0$, tehát a lokális maximum globális is.

8. ÉT: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, zérushely: $x = \frac{3}{5}$, paritás, periódus nincsen.
   $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -5$ így $y = -5$ vízszintes aszimptota $\pm\infty$-ben.
   $\lim_{x\to 2\pm} f(x) = \mp\infty$, így $x = 2$ függőleges aszimptota.
   $f'(x) = \dfrac{7}{(2-x)^2}$, mely 2-ben nem értelmes, másutt pozitív, tehát monoton nő.
   $f''(x) = \dfrac{14}{(2-x)^3}$, mely 2-ben nem értelmes, előtte pozitív (a függvény konvex), utána negatív (a függvény konkáv).
   ÉK: $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

9. $f'(x) = 2\mathrm{ch}(x) + 4x + C_1$, ahol $C_1 = 3$
   $f(x) = 2\mathrm{sh}(x) + 2x^2 + 3x + C_2$, ahol $C_2 = 3$, tehát $f(x) = 2\mathrm{sh}(x) + 2x^2 + 3x + 3$

10.

$$\int \frac{3-x^2}{x^2+2}\,\mathrm{d}x = \int \frac{(-1)(x^2+2)+5}{x^2+2}\,\mathrm{d}x = \int -1 + \frac{5}{x^2+2}\,\mathrm{d}x =$$
$$= -x + \frac{5}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1}\,\mathrm{d}x = -x + \frac{5}{2}\sqrt{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + C$$

11.

$$\pi\int_0^1 (5e^{-3x})^2\,\mathrm{d}x = \pi\int_0^1 25e^{-6x}\,\mathrm{d}x = 25\pi\left[\frac{e^{-6x}}{-6}\right]_0^1 = \frac{25\pi(1-e^{-6})}{6} \approx 13{,}06$$