2. vizsga végeredményei

4. korlátos

5. (b)

6. Első eset: $5 - \frac{3-2x}{4} \geq 3$, azaz $20 - (3-2x) \geq 12$, azaz $2x \geq -5$, így $x \geq -\frac{5}{2}$.
Második: $5 - \frac{3-2x}{4} \leq -3$, azaz $20 - (3-2x) \leq -12$, azaz $2x \leq -29$, így $x \leq -\frac{29}{2}$.
Tehát $x \geq -\frac{5}{2}$ vagy $x \leq -\frac{29}{2}$.

7. A függvény: $f(x) = x\left(1 - \dfrac{x}{100}\right) = x - \dfrac{x^2}{100}$, melynek deriváltja: $f'(x) = 1 - \dfrac{2x}{100}$, mely $x = 50$-ben tűnik el.
Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -\dfrac{2}{100}$ negatív.
A függvénynek $0 \leq x \leq 100$ esetén van értelme, a széleken a függvény: $f(0) = f(100) = 0$, tehát a lokális maximum globális is.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely: $x = 0$, paritás, periódus nincsen.
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, ferde aszimptota nincs a $+\infty$-ben.
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, így $y = 0$ vízszintes aszimptota a $-\infty$-ben.
$f'(x) = (1+2x)e^{2x}$, mely $-\frac{1}{2}$-ben tűnik el, előtte negatív (monoton csökken), utána pozitív (monoton nő).
$f''(x) = (4+4x)e^{2x}$, mely -1-ben 0, előtte neg. (konkáv), utána poz. (konvex).
ÉK: $\left[-\frac{1}{2e}, +\infty\right)$.

9. $$\int \frac{(2+\sqrt{x})^2}{x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{4+4\sqrt{x}+x}{x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{4}{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} + 1\,\mathrm{d}x = 4\ln(x) + 8\sqrt{x} + x + C$$

10. $$\int x^2\sin(3x)\,\mathrm{d}x = -\frac{x^2\cos(3x)}{3} - \int 2x\frac{-\cos(3x)}{3}\,\mathrm{d}x = -\frac{x^2\cos(3x)}{3} + \frac{2}{3}\int x\cos(3x)\,\mathrm{d}x$$

$f(x) = x^2 \qquad f'(x) = 2x$
$g'(x) = \sin(3x) \qquad g(x) = -\frac{\cos(3x)}{3}$

$$\int x\cos(3x)\,\mathrm{d}x = \frac{x\sin(3x)}{3} - \int \frac{\sin(3x)}{3}\,\mathrm{d}x = \frac{x\sin(3x)}{3} + \frac{\cos(3x)}{9} + C$$

$f(x) = x \qquad f'(x) = 1$
$g'(x) = \cos(3x) \qquad g(x) = \frac{\sin(3x)}{3}$

$$\int x^2\sin(3x)\,\mathrm{d}x = -\frac{x^2\cos(3x)}{3} + \frac{2x\sin(3x)}{9} + \frac{2\cos(3x)}{27} + C$$

11. A metszéspontok az $5 - x^2 = 4x$ egyenletből: -5 és 1. A terület:

$$\int_{-5}^{1} 5 - x^2 - 4x\,\mathrm{d}x = \left[5x - \frac{x^3}{3} - 2x^2\right]_{-5}^{1} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{100}{3}\right) = 36$$