3. vizsga végeredményei

4. szigorúan monoton nő

5. (b)

6. Invertálható, inverze $f^{-1}(x) = \dfrac{2x-1}{3+x}$, ha $x \neq -3$, melyet nem vesz fel az f.

7. A függvény: $f(x) = 8\sqrt{x} + 18 - x$, melynek deriváltja:
   $f'(x) = \dfrac{8}{2\sqrt{x}} - 1 = \dfrac{4}{\sqrt{x}} - 1$, mely $x = 16$-ban tűnik el.
   Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -\dfrac{2}{\sqrt{x^3}}$ negatív.
   A függvénynek $0 \leq x < +\infty$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
   $f(0) = 18$ és $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$, míg $f(16) = 34$, tehát a lokális maximum globális.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely: $x = 0$, paritás, periódus nincsen.
   $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = +\infty$, ferde aszimptota nincs.
   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ (L'Hospital), így $y = 0$ vízszintes aszimptota.
   $f'(x) = (x^2 + 2x)e^x$, nullhelyei: $x_1 = 0$ és $x_2 = -2$.
   $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$, nullhelyei: $a = -2 - \sqrt{2} \approx -3{,}4$ és $b = -2 + \sqrt{2} \approx -0{,}6$

	$(-\infty, a)$	a	$(a, -2)$	-2	$(-2, b)$	b	$(b, 0)$	0	$(0, +\infty)$
f'		$+$		0		$-$		0	$+$
f		nő		max		csökken		min	nő
f''	$+$	0		$-$		0		$+$	
f	konvex	i.p.		konkáv		i.p.		konvex	

   ÉK: $[0, +\infty)$

9. Parciális integrálással: $\int x\cos(2x)\,\mathrm{d}x = x\frac{\sin(2x)}{2} - \int \frac{\sin(2x)}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{x\sin(2x)}{2} + \frac{\cos(2x)}{4} + C$.
   $f(x) = \frac{x\sin(2x)}{2} + \frac{\cos(2x)}{4} + 3x + C$, ahol $C = \frac{3}{4}$, azaz $f(x) = \frac{x\sin(2x)}{2} + \frac{\cos(2x)}{4} + 3x + \frac{3}{4}$.

10.
$$\int \frac{3x+2}{x^2+3}\,\mathrm{d}x = \int \frac{3x}{x^2+3} + \frac{2}{x^2+3}\,\mathrm{d}x = \int \frac{3}{2}\cdot\frac{2x}{x^2+3} + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1}\,\mathrm{d}x =$$
$$= \frac{3}{2}\ln(x^2+3) + \frac{2}{3}\sqrt{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + C$$

11. $f'(x) = \frac{3}{2}(2x)^{1/2}\cdot 2 = 3\sqrt{2x}$, így az ívhossz:
$$\int_0^3 \sqrt{1 + \left(3\sqrt{2x}\right)^2}\,\mathrm{d}x = \int_0^3 \sqrt{1+18x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{18}\cdot\frac{2}{3}(1+18x)^{3/2}\right]_0^3 = \frac{55^{\frac{3}{2}} - 1}{27} \approx 15{,}07$$