

10. gyakorlat

Kettős integrálok

F1. Számítsuk ki az alábbi kétváltozós függvények integrálját a megadott tartományon.

(a) $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2$, $1 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 3$

(b) $f(x, y) = xe^y$, $y = x^2$ és $y = x + 2$ között

(c) $f(x, y) = xy$, $y = x$, $y = 3 - x$ és az x -tengely közötti háromszögön

F2. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét, és számoljuk ki az alábbi integrálokat.

(a) $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{1}{y^4 + 1} dy dx$

(b) $\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin(x^2) dx dy$

F3. Polárkoordináták segítségével számoljuk ki az alábbi integrálokat a megadott tartományon.

(a) $\iint_A x^3 y d(x, y)$ $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq x, 0 \leq y\}$

(b) $\iint_A x^2 + y^2 d(x, y)$ $A = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y, x \leq y\}$

Házi feladatok

F4. $\iint_A \frac{x^2}{y^2} d(x, y) = ?$, ahol $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{x} \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 2 \right\}$

F5. $\int_0^1 \int_{2y}^2 4 \cos(x^2) dx dy = ?$

F6. $\iint_A y^2 d(x, y) = ?$, ahol $A = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq y \leq \sqrt{3x} \right\}$