

11. gyakorlat

Hármas integrálok

F1. Számítsuk ki az alábbi háromváltozós függvények integrálját a megadott térrészben:

(a) $f(x, y, z) = x^2 + y - z$, $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 1$; $0 \leq z \leq 3$;

(b) $f(x, y, z) = x - 2y + 4z$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ és $x + y + z = 1$ síkok közötti rész.

F2. Alkalmass koordináták bevezetésével határozzuk meg a felületek által határolt, illetve az egyenlőtlenségek által meghatározott tartományok térfogatát:

(a) $z = 4 + x + 2y$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = 1$;

(b) $0 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}$;

(c) $0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 \leq 4$;

(d) $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$;

(e) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 6 - x^2 - y^2$.

Házi feladatok

F3. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = 1$ függvény integrálját a $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 1$; $0 \leq z \leq x^2 + y^2$ egyenlőtlenségek által meghatározott térrészben.

F4. Számítsuk ki a $z = 0$, $x^2 + y^2 = 4$ és a $z = x^2 + y^2$ felületek által határolt tartomány térfogatát.

F5. Számítsuk ki az α félnyílásszögű egységsugarú gömbcikk térfogatát.