

12. gyakorlat

Sorozatok és sorok

F1. Állapítsuk meg a sorozatok határértékét.

$$(a) \frac{5n^2 - 3n - 1}{n + 3}, \quad (b) \sqrt[n]{n + 3}, \quad (c) \sqrt{n + 1} - \sqrt{n},$$
$$(d) \frac{\sqrt{n^2 + 1} - n}{\sqrt{n + 1} - \sqrt{n}}, \quad (e) \left(\frac{3n - 1}{3n + 2} \right)^{2n}.$$

F2. Írjuk fel az alábbi sorok részletösszeg-sorozatát, konvergensek-e ezek a sorozatok? Ha igen, akkor mi lesz a sor összege?

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3} \right)^n, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n-1} + 3^n}{6^{n+1}}.$$

F3. Döntsük el, hogy az alábbi sorok Leibniz típusúak-e. Abszolút konvergensek a sorok?

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}.$$

F4. Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek, abszolút konvergensek vagy divergensek.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}},$$
$$(c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n)}, \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{n+4} \right)^n.$$

Házi feladatok

F5. Számoljuk ki az $a_n = \left(\frac{n+2}{n-3} \right)^{n+1}$ sorozat határértékét.

F6. Számoljuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + 3^{n-1}}{5^n}$ sor összegét.

F7. Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek, abszolút konvergensek vagy divergensek.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}, \quad (b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{n!}.$$