4. vizsga

1. Mit nevezünk bázisnak? (3 pont)

2. Mondjuk ki az algebra alaptételét. (3 pont)

3. Többváltozós függvény lokális minimumának definíciója. (3 pont)

4. Mikor nevezünk egy sort feltételesen konvergensnek? (3 pont)

5. Az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ egyenletrendszernek akkor van végtelen sok megoldása, ha (3 pont)
   (a) $\mathrm{r}(\mathbf{A}) < \mathrm{r}(\mathbf{A}|\mathbf{b})$.
   (b) $\mathrm{r}(\mathbf{A}) = \mathrm{r}(\mathbf{A}|\mathbf{b})$, és ez kisebb, mint az ismeretlenek száma.
   (c) $\mathrm{r}(\mathbf{A}) = \mathrm{r}(\mathbf{A}|\mathbf{b})$, és ez megegyezik az ismeretlenek számával.
   (d) $\mathrm{r}(\mathbf{A}) = \mathrm{r}(\mathbf{A}|\mathbf{b})$, és ez nagyobb, mint az ismeretlenek száma.

6. Számítsuk ki az $A(1,2,3), B(1,4,4), C(2,0,1)$ pontok által meghatározott háromszög területét. (7 pont)

7. Legfeljebb hány lineárisan független vektor választható ki az alábbiak közül? (8 pont)
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

8. Számítsuk ki az $f(x,y) = e^{x^2(1-y)}$ függvény $\alpha = 150^\circ$ irányú deriváltját a $P(2,1)$ pontban. (7 pont)

9. Számoljuk ki az alábbi integrált. (8 pont)
$$\iint_A xy^2 + x \,\mathrm{d}(x,y), \text{ ahol } A = \left\{(x,y) \;\middle|\; x^2+y^2 \le 2,\ 0 \le y \le x\right\}$$

10. Mennyi az $a_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2-1}-n}$ sorozat határértéke? (7 pont)

11. Határozzuk meg az $f(x) = \dfrac{x}{x^2-9}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és a sor első három nemnulla tagját is írjuk fel. Mennyi a sor konvergenciasugara? (8 pont)