

10. gyakorlat

Határozatlan integrálok (primitív függvények)

1. Keressük meg azt az f függvényt, amelyre

$$(a) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad f(4) = 1;$$

$$(b) f''(x) = 3e^x + 5 \sin x, \quad f(0) = 1, \quad f'(0) = 2.$$

2. Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat:

$$(a) \int x^2 + 2x - 3 \, dx;$$

$$(b) \int \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} \, dx;$$

$$(c) \int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} \, dx.$$

3. Lineáris helyettesítéssel számoljuk ki az alábbi határozatlan integrálokat:

$$(a) \int (x+4)^3 \, dx;$$

$$(b) \int e^{5x} \, dx;$$

$$(c) \int \frac{1}{3x-6} \, dx.$$

4. Határozzuk meg az alábbi határozatlan integrálokat:

$$(a) \int \frac{e^{3x}}{e^{3x}+5} \, dx;$$

$$(b) \int x^3(4x^4+6)^{2023} \, dx;$$

$$(c) \int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{(\operatorname{tg} x)^3}} \, dx.$$

5. Határozzuk meg az alábbi határozatlan integrálokat:

$$(a) \int \frac{x^2 + x - 2}{x - 3} \, dx;$$

$$(b) \int \frac{x+2}{2x^2+5} \, dx.$$

Opcionális (ha marad idő)

6.

$$\int \frac{2}{x^2 - 9} dx = ?$$

Házi feladatok

7. $\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx = ?$

8. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f''(x) = \cos(3x)$ és $f(0) = 1$ és $f'(0) = 6$?

9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f'(x) = 5xe^{5x^2}$ és $f(0) = 1$?