

## 4. gyakorlat

### Függvényhatárértékek és szakadási pontok

1. Számítsuk ki a következő határértékeket:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x} - 1};$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 - 3x^2 + 7;$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 3x^2 + 1}{x^2 - 10x + 1};$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^7 - 2x^5 + x^2}{x^9 + 3x^4 - 2x^2};$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x)}{\sin(3x)}.$$

2. Számítsuk ki az  $x_0 = 1$  pontban a jobb és bal oldali határértékét az

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 1} \quad (x \in \mathbb{R} \setminus \{1\})$$

függvénynek.

3. Határozzuk meg az alábbi függvények szakadási helyeit és azok fajtáit:

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 5\}, \\ 0, & \text{ha } x = 2, x = 5; \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 1, & \text{ha } x = 0; \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 1, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

**Opcionális** (ha marad idő)

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{x^2} = ?$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = ?$$

### Házi feladatok

6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x) = ?$

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 4x^3 + x}{7 - x^2} = ?$

8. Határozzuk meg az alábbi függvény szakadási helyeit és azok fajtáit:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - x - 6}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\} \\ 1, & \text{ha } x = -2 \text{ vagy } x = 3 \end{cases}$$