

8. gyakorlat

Konvexitás, aszimptoták és L'Hospital-szabály

1. Adjuk meg azokat az intervallumokat, amelyeken az f függvény konvex, illetve konkáv. Van-e a függvénynek inflexiós pontja?

(a) $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x$,

(b) $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$.

2. Van-e az f függvénynek aszimptotája $+\infty$ -ben, illetve $-\infty$ -ben? Ha igen, akkor határozzuk meg:

(a) $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$,

(b) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$,

(c) $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$,

(d) $f(x) = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$.

3. A L'Hospital-szabály alkalmazásával számítsuk ki az alábbi határértékeket. Azt is állapítsuk meg, hogy milyen típusú „kritikus” határértékről van szó.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2x - 4)}{\operatorname{tg}(x - 2)}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{3x}$,

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$,

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

Házi feladatok

4. Hol konvex, illetve konkáv az $f(x) = xe^{-5x}$ függvény?
5. Írjuk fel az $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ függvény aszimptotáit.
6. Határozzuk meg az $f(x) = xe^{-5x}$ függvény végtelenbeli határértékeit.