3. vizsga végeredményei

4. páros

5. (b)

6.
$$\sin(2x^2) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}(2x^2)^{2k+1} = 2x^2 - \frac{8}{6}x^6 + \frac{32}{120}x^{10} - \cdots + \frac{(-1)^n \cdot 2^{2n+1}}{(2k+1)!}x^{4n+2},$$

így a kilencedfokú Taylor-polinom $2x^2 - \dfrac{4}{3}x^6$.

7. Az $f(x) = x + \frac{100}{x}$ függvény minimumát keressük:
$f'(x) = 1 - \frac{100}{x^2}$, mely $x = 10$-ben tűnik el.
Ez lokális minimum, hiszen a második derivált: $f''(x) = \frac{200}{x^3}$ pozitív.
A függvénynek pozitív x esetén van értelme, a széleken a függvény:
$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = +\infty$, tehát a lokális minimum globális is.

8. ÉT: $(0, +\infty)$, zérushely nincs (globális minimum pozitív), paritás, periódus nincs.
$\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = +\infty$, így $x = 0$ függőleges aszimptota.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^2\left(1 - \frac{\ln x}{x^2}\right) = +\infty, \text{ nincs ferde aszimptota } +\infty\text{-ben.}$$

$$f'(x) = 2x - \frac{1}{x} = \frac{2x^2-1}{x}$$
$$f''(x) = 2 + \frac{1}{x^2}$$

	$0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} < x$
f'	$-$	0	$+$
f	$\searrow$	min	$\nearrow$
f''		$+$	
f		$\smile$	

ÉK: $\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln 2, +\infty\right)$.

9. $f'(x) = \dfrac{\sin(3x)}{3} + C_1$, ahol $C_1 = 3$
$f(x) = -\dfrac{\cos(3x)}{9} + 3x + C_2$, ahol $C_2 = \frac{10}{9}$, tehát
$f(x) = -\dfrac{\cos(3x)}{9} + 3x + \dfrac{10}{9}$

10.
$$\int_0^5 \sqrt{3x+1}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{3}{2}}\right]_0^5 = \frac{128}{9} - \frac{2}{9} = 14$$

11. A két görbe metszéspontja az $(x-3)^2 = 5 - x^2$ egyenlet megoldásai, azaz $x_1 = 1$ és $x_2 = 2$. E két határ között integráljuk a két függvény különbségét:

$$\int_1^2 5 - x^2 - (x-3)^2\,\mathrm{d}x = \int_1^2 -2x^2 + 6x - 4\,\mathrm{d}x = \left[-2\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 4x\right]_1^2 = -\frac{4}{3} - \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{1}{3}$$