4. vizsga végeredményei

4. abszolút/globális minimuma

5. (d)

6. Igen, invertálható, az inverz: $f^{-1}(x) = \dfrac{e^{x/3}+2}{5}$.

7. Az $f(x) = 100\sqrt{x} - 5x$ függvény maximumát keressük:
   $f'(x) = \frac{50}{\sqrt{x}} - 5$, mely $x = 100$-ban tűnik el ($f(100) = 500$).
   Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -\frac{25}{x^{3/2}}$ negatív.
   A függvénynek nemnegatív x esetén van értelme, a széleken a függvény:
   $f(0) = 0$ és $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$, tehát a lokális maximum globális is.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely ± 2, páros (így elegendő csak a nemnegatív részt vizsgálni), periódus nincs.

   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, nincs ferde aszimptota $\pm\infty$-ben.

   $f'(x) = 2(4-x^2)(-2x) = 4x^3 - 16x$
   $f''(x) = 12x^2 - 16$

	0	$0 < x < \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} < x < 2$	2	$2 < x$
f'	0		$-$		0	$+$
f	max		$\searrow$		min	$\nearrow$
f''		$-$	0	$+$		
f		$\frown$	i.p.	$\smile$		

   ÉK: $[0, +\infty)$.

9.
$$\int \arcsin(x)\,\mathrm{d}x = x\arcsin(x) - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = x\arcsin(x) + \frac{1}{2}\int \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x =$$
$$= x\arcsin(x) + \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{1-x^2} + C = x\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + C$$

   Így $C = 1 - \frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, és így $f(x) = x\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + 1 - \frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

10.
$$\int_0^2 \frac{3}{3x^2+4}\,\mathrm{d}x = \int_0^2 \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2+1}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right]_0^2 =$$
$$= \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right]_0^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{3} - 0 = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}907$$

11.
$$\pi\int_0^1 \left(e^{2x}\right)^2\,\mathrm{d}x = \pi\int_0^1 e^{4x}\,\mathrm{d}x = \pi\left[\frac{e^{4x}}{4}\right]_0^1 = \pi\left(\frac{e^4}{4} - \frac{1}{4}\right) \approx 42{,}096$$