

1. gyakorlat

Improprius integrálok

1. Számítsuk ki az alábbi *első típusú* improprius integrálokat:

$$(a) \int_3^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^3} dx, \quad (b) \int_2^{+\infty} \frac{6}{x^2+x-2} dx, \quad (c) \int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx.$$

2. Számítsuk ki az alábbi *második típusú* improprius integrálokat:

$$(a) \int_{-9}^0 \frac{1}{\sqrt{9+x}} dx, \quad (b) \int_0^4 \frac{1}{\sqrt[3]{(8-2x)^4}} dx, \quad (c) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

3. Legyen $f_\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, ahol $\lambda > 0$ adott paraméter. Mutassuk meg, hogy az f_λ grafikonja alatti terület a $[0, +\infty)$ intervallumon minden $\lambda > 0$ esetén 1-gyel egyenlő, azaz

$$\int_0^{+\infty} f_\lambda(x) dx = 1 \quad \text{minden } \lambda > 0 \text{ számra.}$$

Bónuszfeladat

4. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{ha } x \in [a, b] \\ 0, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus [a, b]. \end{cases}$$

Számítsuk ki a következő integrálokat:

$$(a) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx, \quad (b) \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx.$$

Házi feladatok

5. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

$$(a) \int_2^{+\infty} \frac{1}{(2x-1)^2} dx, \quad (b) \int_2^{+\infty} e^{-5x} dx, \quad (c) \int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx.$$