

3. gyakorlat

Függvények

1. Adjuk meg a valós számoknak azt a lehető legbővebb részhalmazát, amelyen a következő kifejezés értelmezhető:

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{3x+2} \cdot \log_{\frac{1}{3}} |2x-1|.$$

2. Írjuk fel az $f \circ g$ és a $g \circ f$ kompozíciót a következő függvények esetében. Hol értelmezhető a kompozíció?

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad f(x) &= 1 - x^2, & g(u) &= \sqrt{u}; \\ \text{(b)} \quad f(x) &= x^2, & g(u) &= 2^u. \end{aligned}$$

3. Az alábbi függvényeket írjuk fel két függvény kompozíciójaként.

$$\text{(a)} \quad e^{x^2}, \quad \text{(b)} \quad \sin^2(x), \quad \text{(c)} \quad \ln \ln x.$$

4. Bizonyítsuk be, hogy az

$$f(x) = |x^2 - 7x + 12|$$

függvény nem invertálható.

5. Mutassuk meg, hogy az

$$f(x) = \frac{x-2}{2x+3} \quad (x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\})$$

függvény invertálható, és állítsuk elő az inverz függvényt.

6. Legyen $f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény a következő:

$$f(x) = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) - 7 \quad (x \in (0, \pi)).$$

Invertálható ez a függvény? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét.

Házi feladat

7. Invertálhatók az alábbi függvények? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzüket.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad f(x) &= \sqrt[3]{27 - x^3}; \\ \text{(b)} \quad f(x) &= 3 \ln(5x) - 2 \quad (x > 0). \end{aligned}$$