

## 1. vizsga

1. Definiáljuk egy polinom gyökének multiplicitását. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Lagrange-féle középértéktétel kimondása. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  szakadási helye \_\_\_\_\_, ha létezik és véges az  $x_0$ -beli jobb és bal oldali határérték, de nem egyenlők.

5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $I \subseteq D_f$  intervallumon konkáv, ha minden  $x, x_0 \in I$  esetén

(a)  $f(x) \leq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

(b)  $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

(c)  $f(x_0) \leq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

(d)  $f(x_0) \geq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

6. Írjuk fel az  $f(x) = \frac{x}{5+x}$  függvény  $x_0 = 0$  körüli negyedfokú Taylor-polinomját. (6 pont)

7. Luca székét készítettjük egy áccsal. Ha  $x$  méter faanyagot veszünk, akkor a mes-terember  $5 + \frac{1}{x}$  óra alatt készíti el. A faanyag métere 2 peták, míg az ács órabére 72 peták. Hány méter faanyagot vegyünk, hogy az összköltségünk minimális legyen? (7 pont)

8. Végezzük el az  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, melyre  $f'(x) = x \cos(x^2 - 1)$  és  $f(1) = 1$ ? (6 pont)

10. (7 pont)

$$\int x^2 e^{3x} dx = ?$$

11. Számítsuk ki az  $f(x) = \sqrt{x^3}$  függvény ( $x \in [0, 13]$ ) ívhosszát. (7 pont)