1. vizsga végeredményei

4. ugráshely

5. (a)

6.
$$\frac{x}{5+x}=\frac{x}{5}\cdot\frac{1}{1-\left(-\frac{x}{5}\right)}\approx\frac{x}{5}\sum_{k=0}^{n}\left(-\frac{x}{5}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k}{5^{k+1}}x^{k+1},$$
amiből a negyedfokú Taylor-polinom: $\frac{1}{5}x-\frac{1}{25}x^2+\frac{1}{125}x^3-\frac{1}{625}x^4$.

7. Az $f(x)=2x+72\cdot(5+\frac{1}{x})=2x+360+\frac{72}{x}$ függvény minimumát keressük:
$f'(x)=2-\frac{72}{x^2}$, mely $x=6$-ban tűnik el.
Ez lokális minimum, hiszen a második derivált: $f''(x)=\frac{144}{x^3}$ pozitív $x=6$-ban.
A függvénynek $0<x<+\infty$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
$\lim\limits_{x\to 0+}f(x)=+\infty$ és $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$, tehát a lokális minimum globális is.
Tehát 6 méter faanyagot kell vennünk.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, mivel $x^2+1>0$, zérushely: $x=0$, páros, periódus nincsen.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=+\infty$, nincs ferde aszimptota $\pm\infty$-ben ($a=0$, de $b=+\infty$)

$$f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}$$
$$f''(x)=\frac{2(x^2+1)-2x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}$$

	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
f'	$-$			0	$+$		
f	csökken			min	nő		
f''	$-$	0	$+$			0	$-$
f	konkáv	i.p.	konvex			i.p.	konkáv

ÉK: $[0,+\infty)$

9. $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin(x^2-1)+C$, ahol $C=1$, tehát $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin(x^2-1)+1$.

10.
$$\int x^2e^{3x}\,\mathrm{d}x=x^2\frac{e^{3x}}{3}-\int 2x\frac{e^{3x}}{3}\,\mathrm{d}x=\frac{x^2e^{3x}}{3}-\frac{2xe^{3x}}{9}+\frac{2e^{3x}}{27}+C$$
mivel
$$\int xe^{3x}\,\mathrm{d}x=x\frac{e^{3x}}{3}-\int\frac{e^{3x}}{3}\,\mathrm{d}x=\frac{xe^{3x}}{3}-\frac{e^{3x}}{9}+C$$

11. A függvény deriváltja: $f'(x)=\left(\sqrt{x^3}\right)'=\left(x^{\frac{3}{2}}\right)'=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$. Az ívhossz:

$$\int_0^{13}\sqrt{1+\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)^2}\,\mathrm{d}x=\int_0^{13}\sqrt{1+\frac{9}{4}x}\,\mathrm{d}x=\left[\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{3}\left(1+\frac{9}{4}x\right)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{13}=\frac{8}{27}\cdot\frac{11^3}{2^3}-\frac{8}{27}=49$$