

2. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt páratlannak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Bolzano-tétel kimondása. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény _____ az összes primitív függvényének halmaza.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) korlátos, ha létezik $K \in \mathbb{R}$ valós szám, hogy minden $x \in D_f$ esetén
 - (a) $f(x) \leq K$.
 - (b) $f(x) \geq K$.
 - (c) $|f(x)| \leq K$.
 - (d) $|f(x)| \geq K$.
6. Invertálható-e az $f: [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 3$, $x \in [0, 3\pi]$ függvény?
Ha igen, adjuk meg az inverzét. (6 pont)
7. A fenyőültetvényünkön egy fenyő x év alatt $2\sqrt{x}$ méteresre nő. Egy fa egy évre jutó költsége 2 peták, míg a fenyő méterét 5 petákért tudjuk eladni a fenyővásárban. Mennyi ideig neveljük a fenyőket, hogy a lehető legtöbb legyen az egy fára eső hasznunk? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = xe^{2x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f''(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, továbbá $f'(8) = 2$ és $f(1) = 1$? (7 pont)
10. (7 pont)
$$\int \frac{x+3}{x^2+3} dx = ?$$
11. Számítsuk ki az $y = 5 - x^2$ parabola és az $y = 2x - 3$ egyenes közti korlátos síkidom területét. (6 pont)