2. vizsga végeredményei

4. határozatlan integrálja

5. (c)

6. Igen, invertálható ($\frac{x}{3} \in [0,\pi]$, ahol a cos függvény szigorúan monoton csökken).
   Az inverz: $f^{-1}(x) = 3\arccos\left(\frac{x-3}{3}\right)$ $(x \in [0,6])$.

7. Az $f(x) = 5 \cdot 2\sqrt{x} - 2x = 10\sqrt{x} - 2x$ függvény maximumát keressük:
   $f'(x) = \frac{5}{\sqrt{x}} - 2$, mely $x = \frac{25}{4} = 6{,}25$-ban tűnik el.
   Ez lokális maximum, hiszen a második deriválí: $f''(x) = -\frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ negatív.
   A függvénynek $0 \leq x < +\infty$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
   $f(0) = 0$ és $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$, tehát a lokális maximum globális is.
   Tehát 6,25 évig, azaz 6 év és 3 hónapig érdemes nevelni a fákat.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely: $x = 0$, paritás, periódus nincsen.

   $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, nincs ferde aszimptota $+\infty$-ben $(a = \infty)$

   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{e^{-2x}} \rightsquigarrow \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{(-2)e^{-2x}} = 0$, $y = 0$ vízszintes asz. $-\infty$-ben

   $f'(x) = (1+2x)e^{2x}$

   $f''(x) = (4+4x)e^{2x}$

	$x < -1$	-1	$-1 < x < -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < x$
f'		$-$		0	$+$
f		csökken		min	nő
f''	$-$	0		$+$	
f	konkáv	i.p.		konvex	

   ÉK: $\left[-\frac{1}{2e}, +\infty\right)$

9. $f''(x) = x^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + C_1 = 3\sqrt[3]{x} + C_1$, ahol $C_1 = -4$.

   $f(x) = 3\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} - 4x + C_2 = \frac{9}{4}x^{\frac{4}{3}} - 4x + C_2$, ahol $C_2 = \frac{11}{4}$, tehát

   $f(x) = \frac{9}{4}x^{\frac{4}{3}} - 4x + \frac{11}{4}$

10.
$$\int \frac{x+3}{x^2+3}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+3}\,\mathrm{d}x + \int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln(x^2+3) + \sqrt{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + C$$

11. A két görbe metszéspontja: $5 - x^2 = 2x - 3$ egyenlet megoldásai: $x_1 = -4, x_2 = 2$.
    A terület (a két érték között a parabola van az egyenes felett):

$$\int_{-4}^{2} 5 - x^2 - (2x-3)\,\mathrm{d}x = \int_{-4}^{2} 8 - x^2 - 2x\,\mathrm{d}x = \left[8x - \frac{x^3}{3} - x^2\right]_{-4}^{2} = \frac{28}{3} - \left(-\frac{80}{3}\right) = 36$$