

3. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt periodikusnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Taylor-polinom definíciója. (3 pont)

4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)

Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény _____ $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ha F differenciálható és $F'(x) = f(x)$ minden $x \in \mathbb{R}$ esetén.

5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)

Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban lokális minimuma van,

(a) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.

(b) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

(c) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.

(d) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (7 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - 2}{3-x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R}_+ \setminus \{3\} \\ 0, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

7. Gombóc Artúr újévi fogadalmá szerint a szokásos 20 kocka csoki helyett kevesebbet eszik. Ha azt fogadja meg, hogy x kockával kevesebb csokit eszik, akkor ezt a fogadalmát $60 - 3x$ napig tudja tartani. Mennyit fogadjon meg, hogy a lehető legtöbbel csökkentse a megevett csokik számát? (7 pont)

8. Végezzük el az $f(x) = (\ln x)^2$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (6 pont)

$$\int \frac{3x^2 + 2\sqrt{x} + 5}{x^2} dx = ?$$

10. (7 pont)

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg}(2x) dx = ?$$

11. Határozzuk meg az $f(x) = e^{-3x}$ függvény ($x \in [0, 1]$) grafikonjának x tengely körüli megforgatásával kapott forgástest térfogatát. (6 pont)