3. vizsga végeredményei

4. primitív függvénye

5. (d)

6. Ha $x \neq 3$, akkor folytonos. 3-ban a határérték:

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{1+x}-2}{3-x} = \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{1+x}-2}{3-x} \cdot \frac{\sqrt{1+x}+2}{\sqrt{1+x}+2} =$$
$$= \lim_{x\to 3} \frac{1+x-4}{(3-x)(\sqrt{1+x}+2)} = \lim_{x\to 3} -\frac{1}{\sqrt{1+x}+2} = -\frac{1}{4},$$

ami nem egyezik meg a függvény értékével, így ez megszüntethető szakadás.

7. Az $f(x) = (60-3x)\,x = 60x - 3x^2$ függvény maximumát keressük:
$f'(x) = 60 - 6x$, mely $x = 10$-ben tűnik el.
Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -6$ negatív.
A függvénynek $0 \leq x \leq 20$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
$f(0) = 0$ és $f(20) = 0$, tehát a lokális maximum globális is.
Tehát naponta 10-zel kevesebb csokit érdemes ennie.

8. ÉT: $(0, +\infty)$, zérushely: $x = 1$, paritás, periódus nincsen.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, nincs ferde aszimptota $+\infty$-ben $(a = 0, b = +\infty)$

$\lim_{x\to 0+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ függőleges aszimptota

$$f'(x) = \frac{2\ln x}{x}$$
$$f''(x) = \frac{\frac{2}{x}x - 2\ln x}{x^2} = \frac{2 - 2\ln x}{x^2}$$

	$0<x<1$	1	$1<x<e$	e	$e<x$
f'	$-$	0	$+$		
f	csökken	min	nő		
f''	$+$			0	$-$
f	konvex			i.p.	konkáv

ÉK: $[0, +\infty)$

9. $$\int \frac{3x^2+2\sqrt{x}+5}{x^2}\,\mathrm{d}x = \int 3 + 2x^{-\frac{3}{2}} + 5x^{-2}\,\mathrm{d}x = 3x + 2\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + 5\frac{x^{-1}}{-1} + C = 3x - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + C$$

10. $$\int_0^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg}(2x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{1}{2}} 1\cdot\operatorname{arctg}(2x)\,\mathrm{d}x = [x\operatorname{arctg}(2x)]_0^{\frac{1}{2}} - \int_0^{\frac{1}{2}} x\frac{1}{1+(2x)^2}\cdot 2\,\mathrm{d}x =$$
$$= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{8x}{1+4x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}[\ln(1+4x^2)]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4} \approx 0{,}2194$$

11. $$\pi\int_0^1 \left(e^{-3x}\right)^2\,\mathrm{d}x = \pi\int_0^1 e^{-6x}\,\mathrm{d}x = \pi\left[\frac{e^{-6x}}{-6}\right]_0^1 = \pi\frac{1-e^{-6}}{6} \approx 0{,}5223$$