5. vizsga végeredményei

4. folytonos

5. (d)

6. Igen, invertálható ($\frac{2x-\pi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, ahol a sin függvény szigorúan monoton nő).
Az inverze $f^{-1}(x) = \arcsin\left(\frac{x-5}{3}\right) + \frac{\pi}{2}$.

7. A függvény: $f(x) = 20 + 6\sqrt{x} - x$, melynek deriváltja:
$f'(x) = \frac{6}{2\sqrt{x}} - 1 = \frac{3}{\sqrt{x}} - 1$, mely $x = 9$-ben tűnik el.
Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ negatív.
A függvénynek $0 \le x < +\infty$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
$f(0) = 20$ és $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$, míg $f(9) = 29$, tehát a lokális maximum globális.
Tehát 9 órát érdemes készülnie a vizsgára.

8. ÉT: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, zérushely: $x = -\frac{3}{2}$, paritás, periódus nincsen.
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -2$, így $y = -2$ vízszintes aszimptota $\pm\infty$-ben.
$\lim\limits_{x\to 3\pm} f(x) = \mp\infty$, így $x = 3$ függőleges aszimptota.

$$f'(x) = \frac{9}{(3-x)^2}$$
$$f''(x) = \frac{18}{(3-x)^3}$$

	$x < 3$	3	$3 < x$
f'	$+$	n. é.	$+$
f	nő	n. é.	nő
f''	$+$	n. é.	$-$
f	konvex	n. é.	konkáv

ÉK: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

9. $f''(x) = \cos(3x) \Rightarrow f'(x) = \frac{\sin(3x)}{3} + C_1$, ahol $C_1 = 2$.
$f(x) = -\frac{\cos(3x)}{9} + 2x + C_2$, ahol $C_2 = \frac{10}{9}$, tehát
$f(x) = -\frac{\cos(3x)}{9} + 2x + \frac{10}{9}$

10.
$$\int_{\frac{1}{3}}^{3} x\ln(3x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^2}{2}\ln(3x)\right]_{\frac{1}{3}}^{3} - \int_{\frac{1}{3}}^{3} \frac{x^2}{2}\cdot\frac{3}{3x}\,\mathrm{d}x = \frac{9}{2}\ln 9 - \int_{\frac{1}{3}}^{3} \frac{x}{2}\,\mathrm{d}x =$$
$$= 9\ln 3 - \left[\frac{x^2}{4}\right]_{\frac{1}{3}}^{3} = 9\ln 3 - \left(\frac{9}{4} - \frac{1}{36}\right) = 9\ln 3 - \frac{20}{9} \approx 7{,}665$$

11.
$$\pi\int_0^2 \left(\sqrt[3]{4x}\right)^2\,\mathrm{d}x = \pi\int_0^2 (4x)^{\frac{2}{3}}\,\mathrm{d}x = \pi\left[\frac{1}{4}\cdot\frac{(4x)^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}\right]_0^2 = \pi\left[\frac{3}{20}(4x)^{\frac{5}{3}}\right]_0^2 =$$
$$= \pi\cdot\frac{3}{20}\cdot(32-0) = \frac{24}{5}\pi \approx 15{,}08$$