

4. vizsga

1. Bázis definíciója. (3 pont)
2. Mikor invertálható egy mátrix? (3 pont)
3. Mit nevezünk egy mátrix sajátértékének? (3 pont)
4. Cauchy-féle integrálkritérium kimondása. (3 pont)
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)

Ha az (x_0, y_0) pont valamely környezetében az $f(x, y)$ függvény második parciális deriváltjai léteznek és folytonosak, továbbá

- (a) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban.
 - (b) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$ és $f''_{xx}(x_0, y_0) \leq 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális maximuma van az (x_0, y_0) pontban.
 - (c) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$ és $f''_{xx}(x_0, y_0) < 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális maximuma van az (x_0, y_0) pontban.
 - (d) az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban, akkor $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$.
6. Mekkora a távolsága a $(2, 0, 1)$ pontnak attól a síktól, mely párhuzamos a $(2, 3, 1)$ és $(0, 3, 2)$ vektorral, és átmegy az $(1, 3, -1)$ ponton? (7 pont)
 7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert. (7 pont)

$$3x + y + 3z + 2u = 5$$

$$2x + 2y + 8z + 6u = 8$$

$$2y + 9z + 7u = 7$$

$$5x + y + 2z + u = 6$$

8. Határozzuk meg a $2 - 2i$ komplex szám harmadik gyökeit. Legalább az egyiket algebrai alakban is adjuk meg. (7 pont)
9. Írjuk fel az $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ függvény érintősíkját az $(1, 2)$ pontban. (7 pont)
10. Keressük meg az $f(x, y) = 3x + 6y + 5$ függvény $xy = 2$ feltétel melletti feltételes lokális szélsőértékeit, és azok típusát. (9 pont)
11. Számoljuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-2} - 3^{n+1}}{3^{2n}}$ sor összegét. (8 pont)