

8. gyakorlat

Többváltozós függvények deriválása

1. Határozzuk meg az alábbi függvények elsőrendű parciális deriváltjait.
 - (a) $f(x, y) = x^3 - 5x^2y - xy + 3y^6 - 1$;
 - (b) $f(x, y) = e^{x^2+y^3}$;
 - (c) $f(x, y, z) = xe^{-y}\operatorname{tg}(z)$.
2. Írjuk fel az adott pontban az alábbi felületek érintősíkját.
 - (a) $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$, $P(1, -2)$;
 - (b) $f(x, y) = x\ln(x + y)$, $P(-2, 3)$.
3. Számítsuk ki az alábbi kétváltozós függvények iránymenti deriváltját az adott pontban és irányban.
 - (a) $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + y^2 + 15$, $P(3, 2)$, $\mathbf{v} = (2, -4)$;
 - (b) $f(x, y) = \operatorname{tg}(2x + y)$, $P\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$, $\alpha = 225^\circ$.
4. Az $f(x, y) = \frac{y^3}{e^{2x+1}}$ függvény grafikonjára a $(-\frac{1}{2}, 1)$ pont fölött egy vízcseppet ejtünk. Merre fog elindulni? Mekkora az adott pontban a maximális meredekség?
5. Írjuk fel az $f(x, y, z) = (x + 2yz, \sqrt{x} + \ln z)$ függvény $(4, 3, 1)$ pontbeli Jacobi-mátrixát.
6. Legyen $f(x, y) = 3x^2y$, és $x(t) = \sin(t)$, $y(t) = \ln t$. Határozzuk meg a $t \mapsto f(x(t), y(t))$ függvény deriváltját a többváltozós láncszabály segítségével.

Bónuszfeladat

7. Az $f(x, y) = \ln(xy)$ függvény grafikonjának mely pontjában párhuzamos az érintősík az $x + y + z = 1$ egyenletű síkkal?

Házi feladatok

8. Számítsuk ki az $f(x, y) = \arctg\left(\frac{x}{y}\right)$ függvény elsőrendű parciális deriváltjait.
9. Írjuk fel az $f(x, y) = \frac{\sqrt{x-2}}{e^{y-1}}$ függvény érintősíkját a $P(3, 1)$ pontban.
10. Legyen $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4y}$. Számítsuk ki a $P(4, 3)$ pontban az iránymenti derivált minimumát és maximumát.