Differenciálgeometria **1. zárthelyi** 2013. november 20.

1. Hogyan viselkedik az ívhossz paramétertranszformációval szemben? Ismertesse és bizonyítsa az idevonatkozó tételt! (2 pont)
2. Írja fel a Frenet-formulákat és definiálja a bennük előforduló mennyiségeket! Írjon egy-két mondatot a Frenet-apparátus jelentőségéről! (10 pont)
3. Ismertesse a görbeelmélet alaptételét! (2 pont)
4. Ismertesse a négy csúcspont tételét! (1 pont)
5. Állandó, a hosszúságú szakasz A és B végpontja a derékszögű koordinátarendszer tengelyein mozognak. Az origóból az AB szakaszra bocsátott merőleges talppontja legyen M. Adjuk meg paraméteresen, majd implicit módon az M által kirajzolt görbét. (6 pont)
6. Határozzuk meg a t paraméter függvényében, hogy az $\mathbf{r}(t) = t\cos(3\ln t)\mathbf{e}_1 + t\sin(3\ln t)\mathbf{e}_2 + 2t\mathbf{e}_3$ kúpos csavarvonal mekkora szögben metszi az $x^2 + y^2 - \frac{z^2}{4} = 0$ körkúp alkotóit. (6 pont)
7. Írjuk fel az ívhosszparaméteres egyenletét az $\mathbf{r}(t) = be^{at}\sin t\mathbf{e}_1 + be^{at}\cos t\mathbf{e}_2$ görbének. (6 pont)
8. Bizonyítsuk be, hogy ha egy térgörbének az összes normálisegyenese egy ponton megy át, akkor a görbe egy kör egy íve. (6 pont)
9. Számítsuk ki az $x^2 - y^2 = 3$ felületnek az origó középpontú 3 sugarú gömbbel alkotott metszésvonalaként adódó görbe simulósíkjának az egyenletét az $M(2, 1, 2)$ pontban. (6 pont)
10. Tegyük fel, hogy a sehol sem 0 torziójú $\alpha\colon I \to \mathbb{R}^3$ görbének ismerjük a $\mathbf{b}\colon I \to \mathbb{R}^3$ binormális vektor függvényét. Bizonyítsuk be, hogy ekkor meg tudjuk határozni a $\kappa\colon I \to \mathbb{R}$ görbületi függvényt és a $\tau\colon I \to \mathbb{R}$ torzió függvény abszolút értékét. (5 pont)

Differenciálgeometria **1. zárthelyi** 2013. november 20.

1. Hogyan viselkedik az ívhossz paramétertranszformációval szemben? Ismertesse és bizonyítsa az idevonatkozó tételt! (2 pont)
2. Írja fel a Frenet-formulákat és definiálja a bennük előforduló mennyiségeket! Írjon egy-két mondatot a Frenet-apparátus jelentőségéről! (10 pont)
3. Ismertesse a görbeelmélet alaptételét! (2 pont)
4. Ismertesse a négy csúcspont tételét! (1 pont)
5. Állandó, a hosszúságú szakasz A és B végpontja a derékszögű koordinátarendszer tengelyein mozognak. Az origóból az AB szakaszra bocsátott merőleges talppontja legyen M. Adjuk meg paraméteresen, majd implicit módon az M által kirajzolt görbét. (6 pont)
6. Határozzuk meg a t paraméter függvényében, hogy az $\mathbf{r}(t) = t\cos(3\ln t)\mathbf{e}_1 + t\sin(3\ln t)\mathbf{e}_2 + 2t\mathbf{e}_3$ kúpos csavarvonal mekkora szögben metszi az $x^2 + y^2 - \frac{z^2}{4} = 0$ körkúp alkotóit. (6 pont)
7. Írjuk fel az ívhosszparaméteres egyenletét az $\mathbf{r}(t) = be^{at}\sin t\mathbf{e}_1 + be^{at}\cos t\mathbf{e}_2$ görbének. (6 pont)
8. Bizonyítsuk be, hogy ha egy térgörbének az összes normálisegyenese egy ponton megy át, akkor a görbe egy kör egy íve. (6 pont)
9. Számítsuk ki az $x^2 - y^2 = 3$ felületnek az origó középpontú 3 sugarú gömbbel alkotott metszésvonalaként adódó görbe simulósíkjának az egyenletét az $M(2, 1, 2)$ pontban. (6 pont)
10. Tegyük fel, hogy a sehol sem 0 torziójú $\alpha\colon I \to \mathbb{R}^3$ görbének ismerjük a $\mathbf{b}\colon I \to \mathbb{R}^3$ binormális vektor függvényét. Bizonyítsuk be, hogy ekkor meg tudjuk határozni a $\kappa\colon I \to \mathbb{R}$ görbületi függvényt és a $\tau\colon I \to \mathbb{R}$ torzió függvény abszolút értékét. (5 pont)