

1. Bizonyítsd be, hogy kongruens görbék ívhossza megegyezik. (5 pont)
2. Hogyan definiáljuk a természetes paraméterezésű görbék torzióját? Miért definiálhatjuk így? Hogyan definiáljuk a torziót nem természetes paraméterezésű görbék esetében? (5 pont)
3. Milyen feltétel mellett parametrizált görbe az evolúta? Bizonyíts is! (5 pont)
4. Négy csúcspont tétel kimondása és a benne szereplő fogalmak definiálása. (5 pont)
5. A  $P$  pont az  $r$  sugarú  $k$  körön pozitív irányban egyenletesen forog. A  $k$  körnek a középpontja egy  $R$  sugarú  $K$  körön egyenletesen pozitív irányba mozog. Miközben a  $P$  kettőt fordul a  $k$  körön, a  $k$  középpontja egyet fordul a  $K$  körön. Írjuk fel a  $P$  pont pályájának paraméteres egyenletét! (6 pont)
6. Számítsuk ki a  $c_1(t) = (t + 1, 2 \ln \frac{t^3}{27}, 2t - 2)$  és a  $c_2(t) = (2t, \frac{8-t^3}{3}, t^2)$  görbék érintőinek a szögét a metszéspontjukban. (6 pont)
7. Írjuk fel a  $c(t) = (\sin 2t, 3t, \cos 2t)$  görbe ívhosszparaméteres egyenletét! (6 pont)
8. Mely pontokban párhuzamos a  $c(t) = (2t, e^{2t}, 5t^2)$  görbe főnormálisvektora az  $[x, z]$  koordinátasíkkal? (6 pont)
9. Bizonyítsuk be, hogy ha egy bireguláris görbe normálsíkjai egy ponton mennek át, akkor a görbe gömbön fekszik. (6 pont)

1. Bizonyítsd be, hogy kongruens görbék ívhossza megegyezik. (5 pont)
2. Hogyan definiáljuk a természetes paraméterezésű görbék torzióját? Miért definiálhatjuk így? Hogyan definiáljuk a torziót nem természetes paraméterezésű görbék esetében? (5 pont)
3. Milyen feltétel mellett parametrizált görbe az evolúta? Bizonyíts is! (5 pont)
4. Négy csúcspont tétel kimondása és a benne szereplő fogalmak definiálása. (5 pont)
5. A  $P$  pont az  $r$  sugarú  $k$  körön pozitív irányban egyenletesen forog. A  $k$  körnek a középpontja egy  $R$  sugarú  $K$  körön egyenletesen pozitív irányba mozog. Miközben a  $P$  kettőt fordul a  $k$  körön, a  $k$  középpontja egyet fordul a  $K$  körön. Írjuk fel a  $P$  pont pályájának paraméteres egyenletét! (6 pont)
6. Számítsuk ki a  $c_1(t) = (t + 1, 2 \ln \frac{t^3}{27}, 2t - 2)$  és a  $c_2(t) = (2t, \frac{8-t^3}{3}, t^2)$  görbék érintőinek a szögét a metszéspontjukban. (6 pont)
7. Írjuk fel a  $c(t) = (\sin 2t, 3t, \cos 2t)$  görbe ívhosszparaméteres egyenletét! (6 pont)
8. Mely pontokban párhuzamos a  $c(t) = (2t, e^{2t}, 5t^2)$  görbe főnormálisvektora az  $[x, z]$  koordinátasíkkal? (6 pont)
9. Bizonyítsuk be, hogy ha egy bireguláris görbe normálsíkjai egy ponton mennek át, akkor a görbe gömbön fekszik. (6 pont)